

基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法

高晓玲

引用本文:

高晓玲. 基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法[J]. 液晶与显示, 2020, 35(10): 1059–1065.

GAO Xiao-ling. Nonlocal mean image denoising method based on Poisson distribution[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2020, 35(10): 1059–1065.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/YJYXS20203510.1059>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

本征图像分解的稀疏表示彩色图像去噪算法

Colorimage denoising algorithm based on intrinsic image decomposition and sparse representation

液晶与显示. 2019, 34(11): 1104–1114 <https://doi.org/10.3788/YJYXS20193411.1104>

基于开关二级检测的图像椒盐噪声滤波算法

Salt and pepper noise filtering algorithms based on switch two-stage detection

液晶与显示. 2019, 34(1): 74–80 <https://doi.org/10.3788/YJYXS20193401.0074>

一种基于L1范数的非局部变分图像复原模型

A non local total variation based on L1 norm for image recovery

液晶与显示. 2017, 32(8): 635–641 <https://doi.org/10.3788/YJYXS20173208.0635>

基于图像局部方向特性的自适应全变分去噪模型

Adaptive directional total variation denoising model based on image local direction

液晶与显示. 2016, 31(5): 477–483 <https://doi.org/10.3788/YJYXS20163105.0477>

基于小波域Curvelet变换的湍流图像去噪算法

Atmospheric turbulence image denoising algorithm based on wavelet-domain curvelet transform

液晶与显示. 2017, 32(11): 905–913 <https://doi.org/10.3788/YJYXS20173211.0905>

文章编号:1007-2780(2020)10-1059-07

基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法

高晓玲*

(宁夏大学 新华学院, 宁夏 银川 750021)

摘要:针对图像去噪问题,提出基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法。将图像中的每一个像素点建模为一个泊松分布,泊松分布的参数根据像素点非局部区域内像素值信息进行极大似然估计;两像素间的差异性由其对应泊松分布的 L2 范数距离计算;同时,利用两像素点邻域内点对间泊松分布的 L2 范数的平方和来定义其相似性权值,采用非局部均值的思想进行图像泊松去噪。实验结果表明,所提算法能很好地保留图像中的细节信息,去噪图像峰值信噪比达到 22 dB 以上,能够有效用于图像去噪。

关键词:泊松去噪;L2 范数;泊松分布;非局部均值

中图分类号:TP753 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/YJYXS20203510.1059

Nonlocal mean image denoising method based on Poisson distribution

GAO Xiao-ling*

(College of Xinhua, Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

Abstract: In order to handle the image denoising problem, a non-local mean image denoising method based on Poisson distribution is proposed in this paper. Each pixel in image is modeled as a poisson distribution. The parameters of Poisson distribution are estimated according to the maximum likelihood of the pixels in a non-local region. The difference between two pixels is calculated by the L2 norm distance corresponding to the Poisson distribution. Moreover, the similarity weights are defined by the sum of L2 norms between two pixels in their neighborhood points. The image Poisson denoising is carried out by using the principle of non-local mean. The experimental results show that the proposed algorithm can preserve the image details well, and the denoised image has a high peak signal-to-noise rate over 22 dB. The proposed method can be effectively used for image denoising.

Key words: Poisson denoising; L2 norm; Poisson distribution; nonlocal means

收稿日期:2020-04-23;修订日期:2020-05-20.

基金项目:宁夏高等学校科学技术研究项目(No. NGY2020102)

Supported by Scientific and Technology Research Project of Ningxia Colleges and Universities (No. NGY2020102)

* 通信联系人, E-mail: sunnyday-xxl@163.com

1 引言

在图像获取与传输时,光照变化及传感器本身的因素会使输出的图像受到噪声的污染。在基于光子计数的成像系统中,如合成孔径雷达成像、天文学成像及医学成像等,获取的图像中均含有泊松噪声^[1]。泊松噪声是一类乘性噪声,在图像灰度值越大的位置其噪声能量也越大。图像中的泊松噪声不仅影响了图像的视觉效果,同时给特征提取、分类等后续图像处理操作带来了较大的精度影响。因此,在图像的预处理过程中亟需去除图像中的泊松噪声。

经典的图像泊松去噪思想是将图像中的泊松噪声通过方差变换为高斯噪声,然后利用双边滤波^[2]、小波去噪^[3]、非局部均值^[4]等高斯去噪方法进行处理。当成像光子数较多时,经典的图像泊松去噪方法能取得较好的去噪效果,然而,在天文学和医学成像系统中,在成像时接受的光子数通常较少,使得输出的图像灰度较低,经典方法难以去除图像中的泊松噪声^[5]。

当前,图像的泊松去噪方法较多。文献[6]提出了基于极大似然估计的泊松去噪方法,该方法能取得很好的去噪性能,但其计算复杂度较高。随后,文献[7]提出了一种基于 Haar 变换的快速图像泊松去噪算法,并通过与软阈值方法进行对比,验证了该方法的有效性。Federica 等人^[8]将全变分函数正则化模型应用于图像的泊松去噪,并根据实验验证了该方法在去噪的同时保持图像细节信息的能力,但该方法去噪容易引起阶梯效应。为此,文献[9]结合对偶算法对全变分正则化进行了改进,增强了算法的去噪性能和边缘细节保留的能力。Xu 等人^[10]针对正则化函数,结合函数的一阶和二阶导数,提出了能消除阶梯效应的正则化泊松去噪方法。Marnissi 等人^[11]结合泊松分布的对数似然函数和正则化方法,提出了贝叶斯极大后验泊松去噪方法,并通过求解偏微分方程来实现泊松去噪过程。Sun 等人^[12]在贝叶斯极大后验框架下,建立了泊松噪声的稀疏正则化模型,利用迭代的方法求解冗余字典的系数稀疏。

另一类应用广泛的方法是对非局部均值方法的改进。Houdard 等人^[13]基于非局部均值的思

想,并结合泊松分布的特性,得到了非局部均值泊松去噪方法,该方法能自适应迭代求解出最佳的去噪参数。文献[14]针对光子数较少的条件下,提出了一种基于主成分分析的非局部均值泊松去噪方法,该方法结合字典学习和泊松分布的统计特性,利用 Bregman 距离求解字典的稀疏,实验证明该方法在强泊松噪声的条件下能很好地保留图像的细节信息。文献[15]提出了基于泊松分布的随机距离去噪方法,采用像素间的随机距离大小来衡量图像中两像素点间的相似性大小,该方法在不同光子数条件下验证了其去噪的有效性。

基于图像泊松分布的统计特性,本文提出一种基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法。该方法利用像素点的非局部区域内的像素信息并根据极大似然估计其泊松分布参数;根据两泊松分布间的 L2 范数距离来表示两像素点间的差异大小。采用两像素点周围邻域内点对间的 L2 范数距离平方和来定义相似性权值的大小。依据非局部均值的思想对图像进行泊松去噪,实验证明,本文方法在不同光子数条件下均能取得较好的去噪性能,特别是在光子较少时,该方法能很好地保留图像的细节信息,获得较高的峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Rate, PSNR)^[16]。

2 非局部均值算法原理

非局部均值算法是在图像中寻找出与待滤波像素点相似的像素点,构成一个非局部区域,根据非局部区域内像素点进行加权平均滤波得到去噪后的像素值。对于图像中的一像素点 x ,在其周围邻域 $\Omega(x)$ 内计算各像素点与 x 之间的相似性,以确定像素点 x 的非局部区域 $NL(x)$ 。依据非局部区域 $NL(x)$ 内各像素点的相似性权值进行加权平滑滤波。

在非局部均值滤波中,两像素点之间的相似性权值是根据像素点周围邻域内点对之间的距离平方和来定义的。对于图像中的像素点 x 与 y ,其间的相似性权值 $w(x, y)$ 定义为^[4]:

$$w(x, y) = e^{(-d^2(x, y)/h^2)} \quad (1)$$

式中: h 为滤波控制参数, $d^2(x, y)$ 为像素点 x 与 y 邻域之间的距离平方和,其定义为:

$$d^2(x, y) = \int_{\gamma} G_{\sigma}(t) |I(x+t) - I(y+t)|^2 dt \quad (2)$$

式中, η 表示用来计算两像素点之间相似性的窗口大小, $I(x+t)$ 表示像素点 $(x+t)$ 处的像素点灰度值, $G_a(t)$ 表示方差为 a 的高斯核。

在计算了像素间的相似性权值之后, 滤波后的像素值 $u(x)$ 可由式(3)计算:

$$u(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{\Omega(x)} w(x, y) I(y) dy, \quad (3)$$

式中, $C(x) = \int_{\Omega(x)} w(x, y) dy$ 是归一化系数, $\Omega(x)$ 是以像素点 x 为中心的滤波窗口, $I(y)$ 是像素点 y 的像素值。

在加权平滑滤波过程中, 窗口中心像素点处的相似性权值由于 $d(x, x) = 0$ 的影响使得 x 处的相似性权值最大, 且远大于其他像素点的相似性权值, 这样将导致去噪结果受自身像素点的影响较大, 影响去噪性能。为此, 在实际滤波过程中, 窗口中心像素点的相似性权值取为滤波窗口 $\Omega(x)$ 中的最大相似性权值, 即,

$$w(x, x) = \max_{y \in \Omega(x)} w(x, y). \quad (4)$$

非局部均值滤波的性能受滤波控制参数 h 的影响较大, 当 h 的取值较大时, 滤波窗口内各像素点的相似性权值差别较小, 滤波效果越接近均值滤波; 当 h 的取值较小时, 滤波窗口内各像素点的相似性权值差别较大, 其去噪能力较弱; 当 h 取值非常小时, 滤波效果由少数几个点来决定, 去噪性能大大降低。因此, 合理选择 h 的参数对去噪性能至关重要。

3 基于 L2 范数的非局部均值泊松去噪

3.1 像素点泊松分布的参数估计

在天文学、合成孔径雷达、医学成像等系统中, 传感器在固定时间内接受一定数量的光子数而形成输出图像。图像中含有大量的泊松噪声, 泊松噪声具有一定的随机性, 依据泊松噪声的统计特性, 对图像中的每一个像素点建立泊松分布模型,

$$p(r; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!}, \quad (5)$$

式中, r 表示传感器接受的光子数, λ 是真实光子率。文献[17]表明, 当光子率 $\lambda > 20$ 时, 此泊松分布近似于高斯特性, 可用高斯分布来建模。

式(5)中泊松分布的参数为真实光子率 λ , 在图像中, 取待滤波像素点 x 周围最相似的 k 个点组成一个非局部区域 $NL(x)$, 依据极大似然准则估计参数 λ 。对于图像中的两像素点 x 与 y , 其间的相似性 d_{xy} 由对应邻域窗口 $\eta(x)$ 与 $\eta(y)$ 内的像素点灰度差的平方和来计算, 即

$$d_{xy} = \|I[\eta(x)] - I[\eta(y)]\| = \sqrt{\sum_{l=1}^n [I(\eta(x; l)) - I(\eta(y; l))]^2}, \quad (6)$$

式中, n 表示邻域窗口内的像素点个数, d_{xy} 表示像素点 x 与 y 之间的相似性大小, $\eta(x; l)$ 表示像素点 x 的邻域窗口内的第 l 个像素点。在像素点 x 的邻域窗口内选取 d_{xy} 最小的 k 个点组成非局部区域 $NL(x)$, 依据 $NL(x)$ 内的 k 个点 $\{r_i\}_{i=1}^k$ 计算泊松分布的对数似然函数,

$$l(\lambda) = \sum_{i=1}^k [r_i \ln(\lambda) - \lambda - \ln(r_i!)] . \quad (7)$$

对式(7)求导可得,

$$\partial l(\lambda) / \partial \lambda = \sum_{i=1}^k (r_i / \lambda - 1) . \quad (8)$$

由式(8)可得参数 λ 的非局部极大似然估计,

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_i . \quad (9)$$

3.2 像素点间的相似性权值求解

对图像中的每个像素点 x 利用其非局部区域内的点估计出一个泊松分布 $p(r; \lambda_x)$ 后, 所有像素点的泊松分布组成一个待滤波图像。在待滤波图像中的两点 $p(r; \lambda_x)$ 与 $p(r; \lambda_y)$, 利用 L2 范数计算其间的相似性,

$$d(\lambda_x, \lambda_y) = \int_0^\infty \{p^2(r; \lambda_x) - p^2(r; \lambda_y)\}^{1/2} dr . \quad (10)$$

将式(5)代入式(10)可得,

$$d(\lambda_x, \lambda_y) = \int_0^\infty \left\{ \frac{e^{-2\lambda_x} \lambda_x^{2r}}{(r!)^2} - \frac{e^{-2\lambda_y} \lambda_y^{2r}}{(r!)^2} \right\}^{1/2} dr . \quad (11)$$

化简上式,

$$d(\lambda_x, \lambda_y) = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}}{r!} \sqrt{\lambda_x^{2r} - \lambda_y^{2r}} dr . \quad (12)$$

实验中采用蒙特卡洛方法来计算其数值近似值。在进行非局部均值滤波过程中, 取待滤波图像中一点 λ_x 处的非局部区域 $NL(\lambda_x)$ 中的 k 个数点。对于待滤波图像中的两点 λ_x 与 λ_y , 其

间的相似性权值可由式(13)计算给出,

$$w(\lambda_x, \lambda_y) = \exp\left(-\sum_{l=1}^k d(\lambda_{x,l}, \lambda_{y,l}) / \rho\lambda_x\right), \quad (13)$$

式中, $\lambda_{x,l}$ 表示 λ_x 的非局部区域内的第 l 个点, ρ 表示滤波控制参数, $d(\lambda_{x,l}, \lambda_{y,l})$ 为两点 $\lambda_{x,l}$ 与 $\lambda_{y,l}$ 之间的 L2 范数。

基于两泊松分布间 L2 范数的计算和待滤波图像中两点间相似性权值的计算, 对于一幅含泊松噪声的图像, 其去噪算法的步骤为:

步骤 1: 对图像中的每一个像素点根据式(6)选取最相似的 k 个点组成非局部区域 $NL(x)$;

步骤 2: 根据图像中每一个像素点的非局部区域 $NL(x)$ 内的像素点, 利用极大似然估计出泊松分布的参数 λ ;

步骤 3: 所有的泊松分布构成一个待滤波图像, 依据式(13)计算待滤波图像中两点间的相似性权值;

步骤 4: 利用非局部均值思想进行去噪。

根据上述基于 L2 范数的非局部均值图像泊松去噪方法的思想, 其去噪的基本流程如图 1 所示。

4 实验与分析

为了验证本文算法的去噪性能, 利用 4 幅图像仿真加入泊松噪声进行去噪实验, 本文算法(简称 L2 NLM)的去噪性能与非局部均值算法(NLM)^[4]、泊松非局部均值算法(Poisson NLM)^[18]以及泊松主成分分析算法(Poisson PCA)^[17]进行比较。在实验中, 每个像素的邻域窗口取 20×20 , 非局部区域由 $k = 25$ 个点组成, 滤波窗口的大小取为 7×7 , NLM 算法中的滤波控制参数 $h = 0.7$, Poisson NLM 算法中的滤波控制参数 $h = 1.5$, 本文算法的滤波控制参数 $h = 1.1$ 。

采用峰值信噪比来衡量去噪性能, 在图像“Barbara”和“Peppers”中分别加入 PSNR 为 10 dB 和 20 dB 的泊松噪声, 利用上述 4 种算法进行去噪, 所得的结果如图 2~5 所示。

从图 2~5 的结果可以看出, NLM 的去噪性能较差, 图像较模糊, Poisson NLM 和 Poisson PCA 的去噪性能较好, 细节保持能力较好。相比于 L2 NLM, 其他 3 种算法在去噪性能和边缘细节信息保持方面均较差。从视觉效果上可以看出, L2 NLM 去噪后的图像更清晰, 结构更明显。

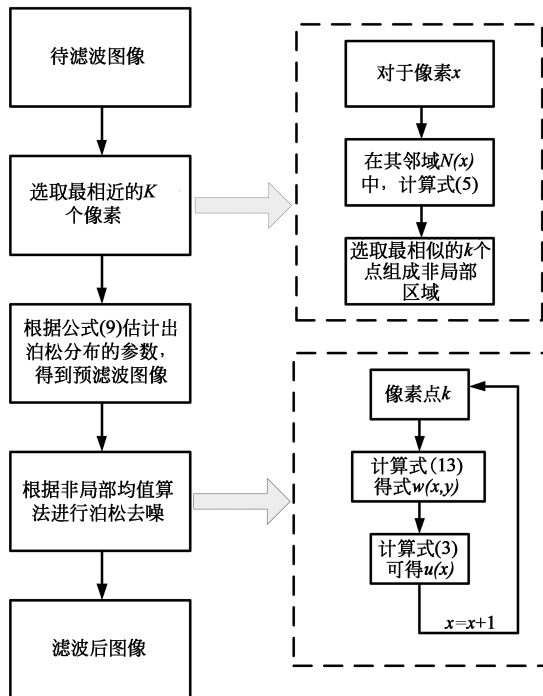


图 1 本文图像去噪方法的基本流程

Fig.1 Basic procedure of the proposed image denoising method



(a) 原始图像
(a) Original image



(b) 噪声图像
(b) Noisy image



(c) NLM
(c) NLM

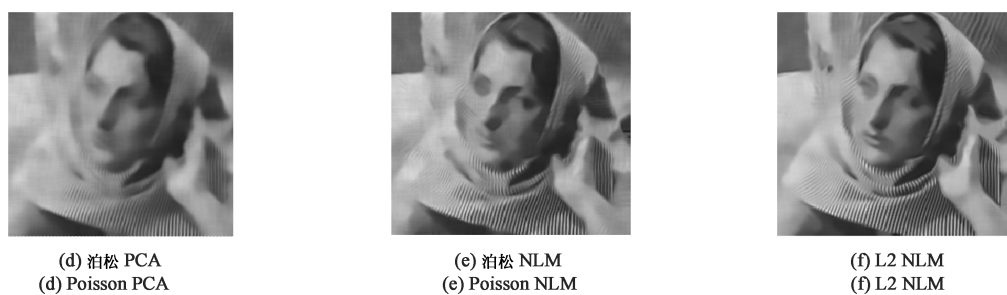


图 2 PSNR 为 10 时,不同算法对“Barbara”的去噪结果。

Fig.2 Illustration of “Barbara” denoising results of different algorithms when PSNR is 10 dB



图 3 PSNR 为 20 时,不同算法对“Barbara”的去噪结果。

Fig.3 Illustration of “Barbara” denoising results of different algorithms when PSNR is 20 dB

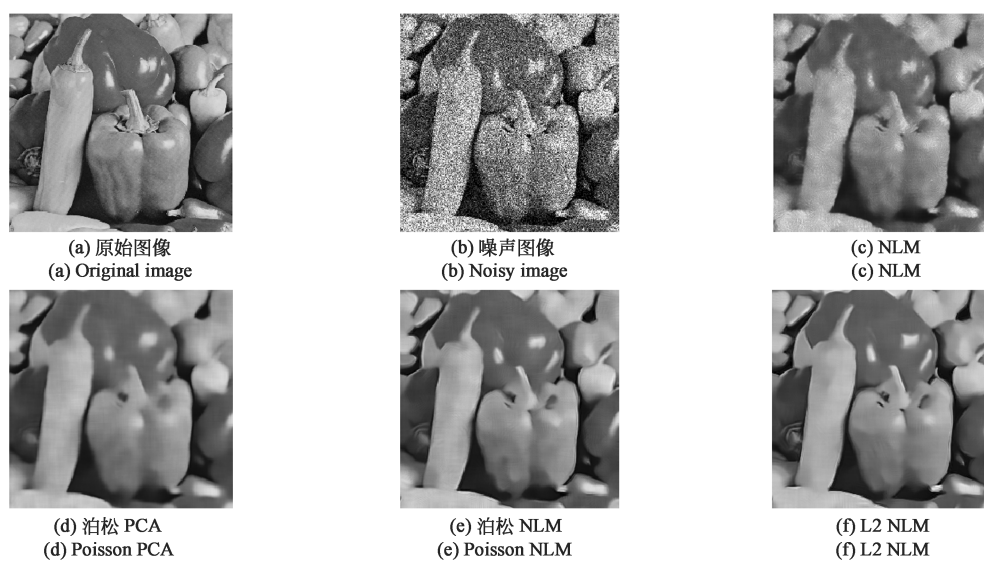


图 4 PSNR 为 10 时,不同算法对“Peppers”的去噪结果。

Fig.4 Illustration of “Peppers” denoising results of different algorithms when PSNR is 10 dB

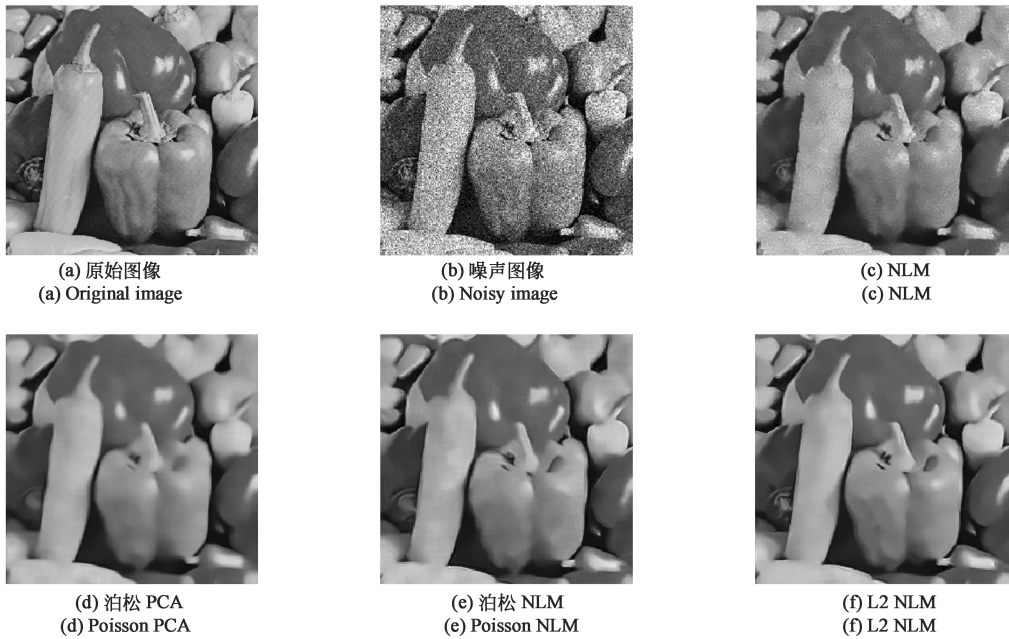


图 5 PSNR 为 20 时,不同算法对“Peppers”的去噪结果
Fig.5 Illustration of “Peppers” denoising results of different algorithms when PSNR is 20 dB

表 1 不同 PSNR 下算法的去噪性能
Tab.1 Denoising performances of algorithms under different PSNRs

图像	PSNR	NLM	Poisson PCA	Poisson NLM	L2 NLM
Barbara	1	21.81	21.96	21.98	22.32
	5	23.12	23.65	23.21	23.92
	10	24.05	24.38	24.61	24.83
Cameraman	1	21.42	21.93	21.61	22.58
	5	22.19	23.65	23.56	23.95
	10	23.23	24.34	24.14	24.88
Peppers	1	21.71	21.57	21.01	22.76
	5	22.04	23.52	23.47	23.86
	10	23.77	24.21	24.32	24.95
Boat	1	21.41	21.69	21.44	22.41
	5	22.09	23.43	23.56	23.78
	10	24.01	24.31	24.13	24.89

为了定量比较本文算法的去噪性能,在 4 幅图像中分别加入 PSNR 为 1、5、10 dB 的泊松噪

声,分别利用上述 4 种算法进行去噪,计算去噪后图像的 PSNR,对比结果如表 1 所示。从表 1 的结果可以看出,L2 NLM 在 4 幅图像中的去噪性能均好于 NLM,且优于 Poisson PCA 和 Poisson NLM 的去噪性能。在 PSNR 取值较低时,L2 NLM 的性能大幅优于其余算法的性能,而在 PSNR 取值为 5 dB 和 10 dB 时,L2 NLM 的去噪性能同样是最优。上述实验结果充分验证了本文算法的性能优势。

5 结 论

本文提出一种基于泊松分布的非局部均值图像去噪方法,采用像素点非局部区域内的信息估计出一个泊松分布,利用 L2 范数计算两泊松分布间的距离,从而定义两像素点的相似性大小,图像中两点之间的相似性权值大小由各自邻域内点对间泊松分布的 L2 范数距离的平方和来定义。在不同峰值信噪比下进行去噪实验,本文方法的去噪图像峰值信噪比均优于 22 dB。通过分析比较不同算法的去噪性能,验证了本文去噪的性能优势。

参 考 文 献:

- [1] REMEZ T, LITANY O, GIRYES R, *et al.* Class-aware fully convolutional gaussian and poisson denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(11): 5707-5722.
- [2] GHOSH S, NAIR P, CHAUDHURY K N. Optimized Fourier bilateral filtering [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(10): 1555-1559.
- [3] ZHANG X B. Improved interscale-based SURE-LET approach to image denoising [J]. *Procedia Computer Science*, 2017, 107: 819-823.
- [4] ZACHIU C, RIES M, MOONEN C, *et al.* An adaptive non-local-means filter for real-time MR-thermometry [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2017, 36(4): 904-916.
- [5] MARNISSI Y, ZHENG Y L, CHOUZENOUX E, *et al.* A Variational Bayesian approach for image restoration-application to image deblurring with Poisson-Gaussian noise [J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(4): 722-737.
- [6] SRIDEVI G, KUMAR S S. Image inpainting based on fractional-order nonlinear diffusion for image reconstruction [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2019, 38(8): 3802-3817.
- [7] CHOUZENOUX E, PESQUET J C. A stochastic majorize-minimize subspace algorithm for online penalized least squares estimation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4770-4783.
- [8] SCIACCHITANO F, DONG Y Q, ANDERSEN M S. Total variation based parameter-free model for impulse noise removal [J]. *Numerical Mathematics Theory Methods and Applications*, 2017, 10(1): 186-204.
- [9] MOLINARI C, PEYPOUQUET J. Lagrangian penalization scheme with parallel forward-backward splitting [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2018, 177(2): 413-447.
- [10] XU X L, YU T, XU X M, *et al.* Variational total curvature model for multiplicative noise removal [J]. *IET Computer Vision*, 2018, 12(4): 542-552.
- [11] ZHANG H M, DONG Y C, FAN Q B. Wavelet frame based Poisson noise removal and image deblurring [J]. *Signal Processing*, 2017, 137: 363-372.
- [12] 张峥嵘, 刘红毅, 韦志辉. 欧拉弹性正则化的图像泊松去噪 [J]. *电子学报*, 2017, 45(1): 181-191.
ZHANG Z R, LIU H Y, WEI Z H, *et al.* Image Poisson Denoising based on Euler's Elastica regularization [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(1): 181-191. (in Chinese)
- [13] HOUDARD A, ALMANSA A, DELON J. Demystifying the asymptotic behavior of global denoising [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2017, 59(3): 456-480.
- [14] ZHU Z H, LI Q W, TANG G G, *et al.* Global optimality in low-rank matrix optimization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(13): 3614-3628.
- [15] BINDILATTI A A, MASCARENHAS N D A. A nonlocal Poisson Denoising algorithm based on stochastic distances [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(11): 1010-1013.
- [16] ZHANG Y B, SONG P M, DAI Q H. Fourier ptychographic microscopy using a generalized anscombe transform approximation of the mixed Poisson-Gaussian likelihood [J]. *Optics Express*, 2017, 25(1): 168-179.
- [17] JIN Q Y, MIYASHITA O, TAMA F, *et al.* Poisson image denoising by piecewise principal component analysis and its application in single-particle X-ray diffraction imaging [J]. *IET Image Processing*, 2018, 12(12): 2264-2274.
- [18] KIRTI T, JITENDRA K, ASHOK S. Poisson noise reduction from X-ray images by region classification and response median filtering [J]. *Sādhanā*, 2017, 42(6): 855-863.

作者简介:



高晓玲(1981—),女,宁夏平罗人,硕士,讲师,2007年于西安科技大学获得硕士学位,主要从事信号及图像处理方面的研究。E-mail: sunnyday_xxl@163.com