

文章编号:1007-2780(2022)07-0832-08

非对称锚定面内开关液晶平板光波导的色散方程

查正桃^{1,2}, 张谦述^{2*}, 温倩², 周琪², 张耀进², 张冲², 董帅², 蒋勇²

(1. 西华师范大学物理与天文学院, 四川南充 637009;

2. 西华师范大学电子信息工程学院, 四川南充 637009)

摘要:为了准确计算液晶光波导中的模式,推导出了非对称锚定面内开关液晶光波导中横电模式的色散方程。进行了模式的求解,并与仅适用于均匀各向同性材料的传统色散方程得出的结果进行了比较。结果显示,传统色散方程得出的每一个模式的有效折射率都比本文方程的求解结果更大,且该偏差随模式阶数的增加而变得更加严重。在本文的例子中,基模、阶模、2阶模对应的最大偏差分别占液晶双折射的 7.8%, 17.8%, 26.3%, 这表明液晶指向矢的渐变特性对有效折射率解有不容忽视的影响。因此,相较于传统色散方程的不足,本文提出的色散方程能更有效地分析液晶光波导中的模式。最后,通过与已有的数值结果进行比较验证了本文提出的色散方程的有效性与准确性。

关键词:非对称锚定;面内开关;液晶;光波导;色散方程

中图分类号:O753⁺.2;TN252 文献标识码:A doi:10.37188/CJLCD.2022-0091

Dispersion equation of asymmetric anchored in-plane switching liquid crystal slab optical waveguide

ZHA Zheng-tao^{1,2}, ZHANG Qian-shu^{2*}, WEN Qian², ZHOU Qi², ZHANG Yao-jin²,

ZHANG Chong², DONG Shuai², JIANG Yong²

(1. School of Physics and Astronomy, China West Normal University, Nanchong 637009, China;

2. School of Electronic Information Engineering, China West Normal University,

Nanchong 637009, China)

Abstract: To calculate the modes in liquid crystal optical waveguides, we derive the dispersion equation of transverse electric (TE) mode in the asymmetrical anchoring in-plane switching nematic liquid crystal (IPS-NLC) slab optical waveguide by using the analytical thinking of the WKB method. The mode is solved and compared with the results obtained from the traditional dispersion equation. The results show that the effective refractive index of each mode obtained by the traditional dispersion equa-

收稿日期:2022-03-21;修订日期:2022-03-31.

基金项目:四川省科技厅科研基金(No. 2014JY0024);南充市科技局科研基金(No. 19YFZJ0090);西华师范大学英才科研基金(No. 17YC056)

Supported by Scientific Research Foundation of Science and Technology Department of Sichuan Province (No. 2014JY0024); Scientific Research Foundation of the Science and Technology Bureau of Nanchong (No. 19YFZJ0090); Talent Scientific Research Foundation of China West Normal University Foundation (No. 17YC056)

*通信联系人, E-mail:jackyzhang@cwnu.edu.cn

tion is always greater than that calculated by our equation. The deviation between the effective refractive index is not only related to the applied voltage but also becomes more severe with the increase of the mode order. In the current example, the maximum deviations corresponding to the fundamental, first-order, and second-order modes account for 7.8%, 17.8%, and 26.3% of the liquid crystal's birefringence, respectively. This result indicates that the gradient characteristic of the liquid crystal's director has a non-negligible effect on calculating the effective refractive index. Consequently, the dispersion equation proposed by us can analyze the modes in the IPS-NLC optical waveguide more effectively than the traditional dispersion equation. Finally, the accuracy of the dispersion equation presented in this study is verified by comparing ours with the existing numerical results.

Key words: asymmetric anchored; in-plane switching; liquid crystal; optical waveguide; dispersion equation

1 引言

向列相液晶(Nematic Liquid Crystal, NLC)的大电光效应^[1]和高光学双折射^[2]使其能在低电压下电调谐液晶光波导的传播特性,而且其具有响应速度快^[3]、在可见光与近红外波段的透光率高^[4]等优势。目前,NLC已成为光子学领域中一种极具应用潜力的电光材料。近年来,基于非对称锚定面内开关(In-Plane Switching, IPS)模式的NLC平板光波导因其可近似产生纯横电(Transverse Electric, TE)和横磁(Transverse Magnetic, TM)模式,而逐渐引起了研究人员的兴趣,环形谐振器^[5]、光学滤波器^[6]、光开关^[7]等基于IPS-NLC光波导的光学器件被相继报道。

在以上的研究中,NLC光波导的本征模式分析是最重要的步骤^[8],有效折射率计算的准确性直接影响到其器件的性能。实际运用中的液晶光波导通常具有锚定取向层^[9],由Freedericksz转变^[10]可知当液晶指向矢在外加电压下发生场致重新取向时,其偏转角是沿外加电场方向逐渐变化的,从而产生在空间上渐变的液晶介电张量。因此,并不能直接应用有限差分法^[11]、有限元法^[12]、变分法^[13]以及矢量伪谱法^[14]等仅适用于均匀各向异性光波导的数值算法来分析IPS-NLC光波导的本征模式。这种IPS-NLC平板光波导的TM模式与液晶指向矢的偏转角无关,但其TE模式却受指向矢偏转角的调控。因此,传统的色散方程^[15]也仅适用于计算IPS-NLC光波导的TM模式,却并不能准确分析其TE模式。文

献[6]分析了一些特定电压下E7(Merck)液晶的折射率拟合曲线,进而计算出IPS-NLC平板光波导中TE模式的有效折射率。但其结果是基于具体材料和特定电压所得出的,不仅不具有一般性,而且其折射率拟合函数中的系数复杂且难以确定。截至目前,正因为缺乏IPS-NLC光波导TE模式的色散方程,导致很难分析液晶指向矢的渐变特性对其有效折射率的影响,这在一定程度上也限制了能适用于不同外加电压的单模液晶光波导的准确设计。因此,为了能够准确分析任意外加电压下IPS-NLC平板光波导的本征模式,深化其应用,需要探索出其TE模式的色散方程。

本文基于麦克斯韦方程组,采用WKB法^[16]的研究思路推导出非对称锚定IPS-NLC平板光波导中TE模式的模场分布和色散方程。然后,在给定的实例下进行模式的求解,通过与使用传统色散^[15]方程得出的结果进行比较从而分析了液晶指向矢的渐变特性对有效折射率解的影响。最后,与之前已有的结果^[6]进行比较,验证了本文提出的色散方程的有效性与准确性。

2 色散方程原理

非对称锚定IPS-NLC平板光波导的横截面如图1所示,液晶盒的厚度为 h ,这通过在上下包层之间放置隔离子(图1中未画出)来实现。包层和衬底层均为各向同性材料,其折射率分别为 n_c 、 n_s ,且 $n_s \leq n_c$ 。在上包层的内表面附有一非常薄的取向层,其内表面摩擦方向沿光传输方

向(z 轴)。此外,在衬底层上镀有两块间距为 w ($w \gg h$)的氧化铟锡(Indium tin oxide, ITO)共面电极。当ITO电极之间不加外加电压时,取向层的锚定作用使所有液晶分子的指向矢都沿着 z 轴方向,如图1(a)所示。然而,当在共面电极间施加电压后,液晶分子指向矢 \vec{n} 将绕 y 轴在 xoz 平面内偏转,如图1(b)所示。在实际运用中,为减小阈值电压,通常考虑上边界强锚定、下边界弱锚定的非对称锚定设计^[7],这种设计可通过选择高分子聚合物充当取向层^[17]以及有机玻璃等材料做衬底层^[18]来实现。或者,包层和衬底层也可以选择为采用不同技术处理后的同种材料^[7, 19-20]。对于这种类似于单面强锚定的情形,可以认为液晶指向矢的最大偏转角位于液晶芯区与衬底层的分界面^[6],并且其阈值电压约为双面强锚定阈值电压的 $1/2$ ^[21-22]。此外,因为 w 远大于 h ,因此可以认为共面电极间的外加电场为匀强电场^[6]。基于这些条件,根据Frank-Oseen弹性连续体理论^[23]和Euler-Lagrange方程^[24]可得液晶分子偏转角 $\varphi(y)$ 满足:

$$\frac{y}{h} = \frac{2U_c}{\pi U} \int_{\varphi(y)}^{\varphi_m} \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi}} d\varphi, \quad (1)$$

式中, U 为外加电压, $U_c = \frac{\pi w}{2h} \sqrt{k_{22}/(\epsilon_0 |\Delta\epsilon|)}$ 为阈值电压, k_{22} 为Frank扭曲弹性常数, ϵ_0 为真空中

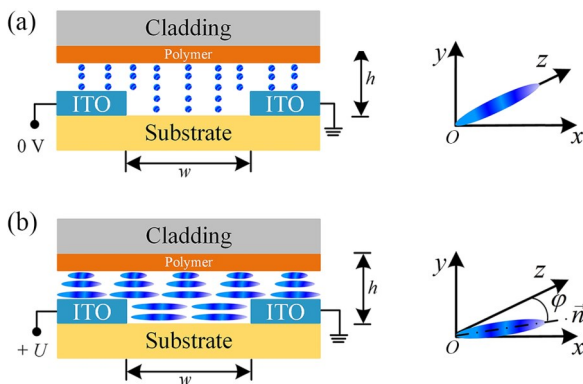


图1 非对称锚定IPS-NLC平板光波导示意图。(a)不加外加电压;(b)施加超过阈值的电压。

Fig. 1 Schematic diagram of the asymmetrical anchoring IPS-NLC slab optical waveguide. (a) Absence of the applied voltage; (b) Applied voltage exceeds the threshold.

介电常数, $\Delta\epsilon$ 为液晶的介电各向异性。此外, φ_m 为液晶指向矢的最大偏转角,其值可通过令式(1)中 $y=h$, $\varphi(y)=0$ 得到。采用旋转矩阵^[10]可得波导坐标系 xyz 下NLC的介电张量为

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}(y) & 0 & \epsilon_{xz}(y) \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ \epsilon_{xz}(y) & 0 & \epsilon_{zz}(y) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} \epsilon_{xx}(y) = n_e^2 \sin^2 \varphi(y) + n_o^2 \cos^2 \varphi(y) \\ \epsilon_{xz}(y) = \cos \varphi(y) \sin \varphi(y) (n_e^2 - n_o^2) \\ \epsilon_{zz}(y) = n_e^2 \cos^2 \varphi(y) + n_o^2 \sin^2 \varphi(y) \\ \epsilon_{yy} = n_o^2 \end{cases}, \quad (3)$$

这里 n_e 、 n_o 分别表示平行和垂直液晶分子长轴的主轴折射率,考虑 $n_e > n_o$,这是因为绝大多数NLC都是正性的。对于沿 x 方向偏振的入射线偏振光,这种具有渐变介电张量的IPS-NLC平板光波导仍可近似激励TE模式^[6],其标量波动方程为

$$\frac{d^2 E_x}{dy^2} + [k_0^2 \epsilon_{xx}(y) - \beta^2] E_x = 0, \quad (4)$$

式中: $k_0 \equiv 2\pi/\lambda_0$ 为真空中波数, λ_0 为真空波长, β 为纵向传播常数。为求解方程(4),做如下变量定义:

$$\begin{cases} b = (N_{\text{eff}}^2 - n_c^2) / (\epsilon_{xx\text{max}} - n_c^2) \\ \zeta = (n_e^2 - n_o^2) / (n_o^2 - n_c^2) \\ V_f = k_0 \sqrt{\epsilon_{xx\text{max}} - n_c^2} h \\ a = (n_c^2 - n_s^2) / (\epsilon_{xx\text{max}} - n_c^2) \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $N_{\text{eff}} = \beta/k_0$ 为有效折射率, $\epsilon_{xx\text{max}}$ 表示当前外加电压下 $\epsilon_{xx}(y)$ 的最大值。进一步地,为便于后续推导与分析,定义折射率的分布函数为

$$f(y) = \frac{1 + \zeta \sin^2 \varphi(y)}{1 + \zeta \sin^2 \varphi_m}, \quad (6)$$

使用式(6)可将 $\epsilon_{xx}(y)$ 改写为

$$\epsilon_{xx}(y) = n_c^2 + (\epsilon_{xx\text{max}} - n_c^2) f(y), \quad (7)$$

值得注意的是,要使波导中存在导模,必须满足 $\epsilon_{xx\text{max}} > n_c^2$,但并不需要对 n_o 与 n_c 的大小关系加以限制。联立上述各式,根据WKB法^[16]的分析思路可得 E_x 的分布如下:

$$E_x = \begin{cases} C_s \exp\left(\frac{V_f}{h} \sqrt{a+b} y\right), y \leq 0 \\ \frac{C_f \sqrt{h} \sin\left(\frac{V_f}{h} \int_y^{y_t} \sqrt{f(y)-b} dy + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt[4]{f(y)-b}}, 0 < y < y_t \\ C_f \sqrt{\pi} \sqrt[3]{h} \sqrt[6]{\frac{V_f}{-f_1}} \text{Ai}\left[\sqrt[3]{-\frac{V_f^2 f_1}{h^2}} (y-y_t)\right], y \approx y_t \\ \frac{C_f \sqrt{h} \exp\left[-\frac{V_f}{h} \int_{y_t}^y \sqrt{b-f(y)} dy\right]}{2 \sqrt[4]{b-f(y)}}, y > y_t \end{cases}, \quad (8)$$

式中: C_s 、 C_f 均为待定常数, $\text{Ai}(\cdot)$ 表示 Airy 函数^[25], f_1 表示折射率分布函数在转折点处的斜率, y_t 表示光波在液晶层中的转折点位置, 可通过式(9)确定。

$$\varphi(y_t) = \arcsin\left[\frac{\sqrt{(b + b\zeta \sin^2 \varphi_m - 1)/\zeta}}{\zeta}\right], \quad (9)$$

根据电磁分量在 $y=0$ 的边界条件^[16] 可得 TE 模式的色散方程为

$$\frac{2k_0 h \sqrt{n_c^2 - n_o^2}}{\pi} \int_{\varphi(y_t)}^{\varphi_m} \frac{\sqrt{1 + \zeta \sin^2 \varphi - b(1 + \zeta \sin^2 \varphi_m)}}{\zeta(\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi)} d\varphi = \frac{U}{U_c} \left[m\pi + \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\sqrt{\frac{a+b}{1-b}}\right) \right], \quad (10)$$

$m = 0, 1, 2 \dots$

式(10)中, m 表示模式的阶数。显然, 与具有渐变折射率分布的各向同性光波导对应的色散关系^[26] 相比, 色散方程(10)具有独特的表达形式。在这里, 色散方程直接显示了外加电压、传播常数、模式数量这 3 个关键参数之间的定量关系。求解式(10)即可得到不同外加电压下各阶模式的归一化传播常数 b , 然后确定 TE 模式的有效折射率以及电磁场分量。

3 实例与分析

为了与已有的结果进行比较, 本文仍然选择典型的 NLC E7 (Merck) 作为波导材料, 包层与衬底层均为熔融石英玻璃。IPS-NLC 平板光波导的主要参数见表 1。

表 1 IPS-NLC 平板光波导的主要参数

Tab. 1 Major parameters of IPS-NLC slab optical waveguide

波导尺寸/ μm	弹性常数/ pN	材料折射率@ $\lambda_0=1.55 \mu\text{m}$	
		熔融石英玻璃	E7
(w, h)	k_{22}	(n_c, n_s)	(n_e, n_o)
(100, 9)	$6.7^{[27]}$	$(1.444, 1.444)^{[6]}$	$(1.685, 1.5)^{[28]}$

3.1 求解与讨论

使用表 1 的参数, 可以得出液晶的介电分量 $\epsilon_{xx}(y)$ 以及折射率分布函数 $f(y)$ 的电调谐特性, 如图 2 所示。

从图 2 可以明显地看到, 当外加电压超过阈值电压时, 液晶的介电分量 $\epsilon_{xx}(y)$ 是在 y 方向渐变的, 其折射率分布函数也随 y 的增加呈逐渐衰减趋势。进一步地, 根据式(10)即可求得外加电压下 TE 模式的各阶有效折射率。为了分析液晶指向矢偏转角的渐变特性对有效折射率解的影响, 我们还在基于液晶场致重新取向均匀(即认为所有液晶分子都能达到当前外加电压下的最大偏转角)的假设下使用传统色散方程^[15] 进行了有效折射率求解。图 3 显示了这些结果。

从图 3 可见, 对于波导中的每一个模式, 由传统方程得出的有效折射率总是比方程(10)求解出的结果更大。具体原因如下:

当外加电压略高于阈值电压时, 由于几乎所有液晶指向矢的偏转角度是一致的, 液晶的折射率分布函数衰减趋势平缓(图 2(b)), 此时非对称

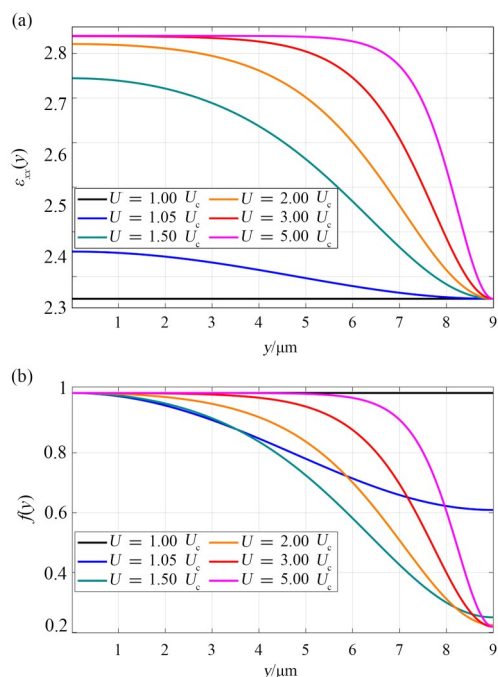


图2 E7关键参数的电调谐特性。(a)介电分量 $\epsilon_{xx}(y)$ ；(b)折射率分布函数。

Fig. 2 Electric tuning characteristic of the E7 liquid crystal's key parameters. (a) Dielectric component $\epsilon_{xx}(y)$; (b) Distribution function of the refractive index.

锚定 IPS-NLC 平板光波导可以被视为均匀各向异性光波导,从而两种方程得出的有效折射率间的差异较小。

随着外加电压的继续增加且位于图3中灰色虚线区间内时,各液晶分子偏转角度不一致的趋势逐渐明显(即不能达到最大偏转角的液晶分子数量开始增加),具体表现为液晶的折射率分布函数衰减趋势逐渐变得陡峭(图2(b)),从而导致两种方程得出的有效折射率间的差异逐渐增大。从图3中还可以看到,由两种色散方程得出的有效折射率之间的差异会随模式阶数的增大而变得更加严重。这是因为在同一外加电压下,液晶分子偏转角的梯度会随着转折点向波导上包层移动而增加。此外,当外加电压增加到某个特定值时具有最大的有效折射率偏差。在这里,基模、1阶模、2阶模这3个低阶模式所对应的最大有效折射率偏差分别占液晶双折射的7.8%,17.8%,26.3%,这个特定电压值介于1.3~1.4倍阈值电

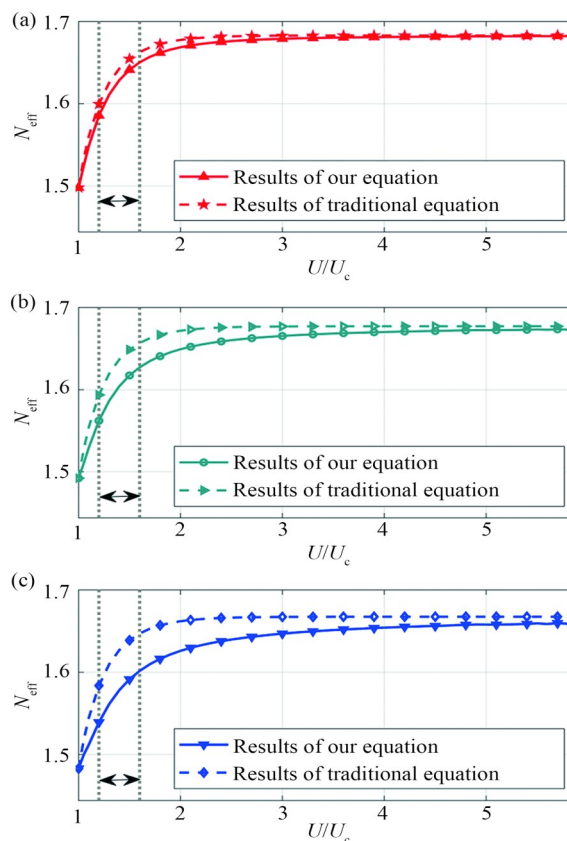


图3 有效折射率随外加电压的变化曲线。(a)基模；(b)1阶模；(c)2阶模。

Fig. 3 Curves of the effective refractive index with the applied voltage. (a) Fundamental mode; (b) First-order mode; (c) Second-order mode.

压范围内。

当外加电压超过这一特定电压值后,两种色散方程得出的有效折射率间的差异随外加电压的持续增加而逐渐减小,并在足够大的外加电压下,这种差异将趋于零。这是因为此时液晶指向矢偏转角度的渐变随外加电压的持续增加开始一直呈减弱趋势,并且在足够大的电压下 IPS-NLC 平板光波导可再次被视为均匀各向异性光波导。这一点可从图2(b)中液晶的折射率分布函数随着外加电压的增加而再次宽范围地趋于平缓得到证实。

基于以上结果可以得出,液晶指向矢的渐变特性在有效折射率解上存在不可忽视的影响。因此,用传统色散方程分析 IPS-NLC 平板光波导的 TE 模式是有所不足的,本文提出的色散方程

能更准确地计算这种液晶光波导中的模式。

3.2 色散方程的有效性与准确性

为了验证本文提出的色散方程的有效性与准确性,使用文献[6]中的拟合系数得出的数值结果与方程(10)的求解结果进行比较,如图4所示。

从图4可以明显看到,由色散方程(10)计算出的有效折射率与精确数值结果非常吻合,表明本文所提出的色散方程是有效及准确的。应当说明的是,因为文献[6]仅分析了几个特定电压下的折射率拟合曲线,所以这里仅含这些电压下的折射率值,但这仍能为本文所推导出的色散方

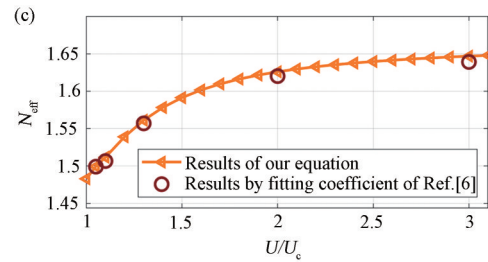
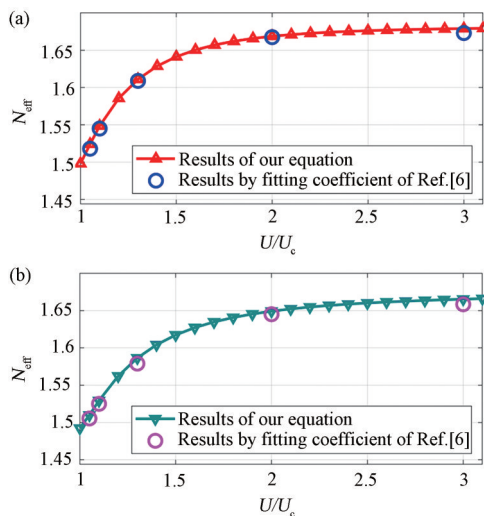


图4 不同外加电压下的有效折射率。(a)基模;(b)1阶模;(c)2阶模。

Fig.4 Effective refractive index under the different applied voltage. (a) Fundamental mode; (b) First-order mode; (c) Second-order mode.

程的准确性提供很好的验证。

4 结 论

本文在考虑了液晶场致重新取向渐变特性的情形下,提出了一个适用于非对称锚定 IPS-NLC 平板光波导的色散方程。求解结果表明,该方程相较于传统色散方程能更准确地分析液晶光波导的 TE 模式。通过与之前的结果进行比较,验证了本文提出的色散方程的有效性与准确性。该色散方程能为基于 IPS-NLC 光波导的研究提供很好的帮助,例如,单模 NLC 光波导的设计以及光学相位延迟的准确测量。

参 考 文 献:

- [1] KHOO I C, WU S T. *Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals* [M]. Singapore: World Scientific Publishing, 1993.
- [2] DAVIS S R, ROMMEL S D, FARCA G, *et al.* A new electro-optic waveguide architecture and the unprecedented devices it enables [C]//*Proceedings of SPIE 6975, Enabling Photonics Technologies for Defense, Security, and Aerospace Applications IV*. Orlando: SPIE, 2008: 697503.
- [3] SHENOY M R, SHARMA M, SINHA A. An electrically controlled nematic liquid crystal core waveguide with a low switching threshold [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(10): 1948-1953.
- [4] BEECKMAN J, NEYTS K, VANBRABANT P J M. Liquid-crystal photonic applications [J]. *Optical Engineering*, 2011, 50(8): 081202.
- [5] DE CORT W, BEECKMAN J, JAMES R, *et al.* Tuning silicon-on-insulator ring resonators with in-plane switching liquid crystals [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2011, 28(1): 79-85.
- [6] TRIPATHI U S, RASTOGI V. Liquid crystal based rib waveguide [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2020, 38(15): 4045-4051.
- [7] TRIPATHI U S, BIJALWAN A, RASTOGI V. Rib waveguide based liquid crystal EO switch [J]. *IEEE Photon-*

- ics Technology Letters*, 2020, 32(23): 1453-1456.
- [8] 查正桃,张谦述. 液晶光波导中本征模内场分量间的关系[J]. 液晶与显示,2022,37(1):14-20.
ZHA Z T, ZHANG Q S. Relationship of field components in the liquid crystal optical waveguide eigenmode [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2022, 37(1): 14-20. (in Chinese)
- [9] 查正桃,张谦述. 基于液晶光波导的电控偏振旋转器[J]. 中国光学,2022,15(3):552-561.
ZHA Z T, ZHANG Q S. Electrically controlled polarization rotator based on liquid crystal optical waveguide [J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(3): 552-561. (in Chinese)
- [10] YANG D K, WU S T. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2006.
- [11] FALLAHKHAIR A B, LI K S, MURPHY T E. Vector finite difference modesolver for anisotropic dielectric waveguides [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2008, 26(11): 1423-1431.
- [12] LIU N, CAI G X, ZHU C H, *et al.* The mixed finite-element method with mass lumping for computing optical waveguide modes [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2016, 22(2): 187-195.
- [13] OHTAKA M, KOBAYASHI T. Vector variational analysis of the guided modes in the three-dimensional anisotropic optical waveguides [J]. *Electronics and Communications in Japan (Part II: Electronics)*, 1986, 69(8):1-10.
- [14] HUANG C C. Modeling mode characteristics of transverse anisotropic waveguides using a vector pseudospectral approach [J]. *Optics Express*, 2010, 18(25): 26583-26599.
- [15] KAWANO K, KITOH T. *Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrodinger Equations* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [16] CHEN C L. *Foundations for Guided-wave Optics* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [17] PERIVOLARI E, D'ALESSANDRO G, APOSTOLOPOULOS V, *et al.* Two-dimensional snapshot measurement of surface variation of anchoring in liquid crystal cells [J]. *Liquid Crystals*, 2021, 48(15): 2086-2096.
- [18] CHOI Y, OH S W, CHOI T H, *et al.* Liquid crystal cell asymmetrically anchored for high transmittance and triggered with a vertical field for fast switching [J]. *Optics Express*, 2020, 28(14): 20553-20562.
- [19] CHEN H W, HUANG Y G, GOU F W, *et al.* New nematic LCD with submillisecond response time [J]. *SID Symposium Digest of Technical Papers*, 2018, 49(1): 1691-1694.
- [20] NIE X Y, LU R B, XIANYU H Q, *et al.* Anchoring energy and cell gap effects on liquid crystal response time [J]. *Journal of Applied Physics*, 2007, 101(10): 103110.
- [21] SUN Y B, MA H M, ZHANG Z D. Grey behaviour analysis of in-plane switching mode liquid crystal displays with weak-anchoring effects [J]. *Liquid Crystals*, 2002, 29(8): 1059-1062.
- [22] SATO O, IWATA N, KAWAMURA J, *et al.* An in-plane switching liquid crystal cell with weakly anchored liquid crystals on the electrode substrate [J]. *Journal of Materials Chemistry*, 2017, 5(18): 4384-4387.
- [23] KHOO I C. *Liquid Crystals* [M]. New York: Wiley, 2007.
- [24] AGRAWAL O P. Formulation of Euler-Lagrange equations for fractional variational problems [J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2002, 272(1): 368-379.
- [25] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. *Table of Integrals, Series, and Products* [M]. 7th ed. Burlington: Academic Press, 2007.
- [26] HOCKER G, BURNS W. Modes in diffused optical waveguides of arbitrary index profile [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, 11(6): 270-276.
- [27] YE W J, LI Z J, YUAN R, *et al.* Accurate measurement of the twist elastic constant of liquid crystal by using capacitance method [J]. *Liquid Crystals*, 2019, 46(3): 349-355.
- [28] LI J, WU S T, BRUGIONI S, *et al.* Infrared refractive indices of liquid crystals [J]. *Journal of Applied Physics*, 2005, 97(7): 073501.

作者简介:



查正桃(1997—),男,四川自贡人,硕士研究生,2020年于西华师范大学获得学士学位,主要从事波导光学的理论与技术的研究。E-mail:zaktao@sina.cn



张谦述(1974—),男,四川自贡人,博士,副教授,2010年于电子科技大学获得博士学位,主要从事光通信与集成光学、微波光子学、集成光波导器件的理论与技术等方面的研究。E-mail:jackyzhang@cwnu.edu.cn