

文章编号:1007-2780(2014)03-0450-05

基于统计特性的非局部均值去噪算法

陈明举

(四川理工学院 自动化与电子信息学院, 四川 自贡 643000)

摘要:针对非局部均值滤波的权值由相似块的欧式距来确定而未考虑其受噪声影响的缺点,提出了一种权值由相似块欧式距的统计特性确定的去噪算法。该算法首先对受到高斯噪声干扰的图像相似块的欧式距建立概率分布函数,再由概率分布函数确定权值大小,从而有效地减小高斯噪声对加权系数的影响,以提高去噪性能。实验中,从主客观方面与传统非局部均值滤波进行对比分析,实验数据表明本文提出的算法峰值信噪比提高约 1 dB,去除噪声的同时保留更多图像的细节信息,去噪性能更优。

关键词:非局部均值;概率密度;欧式距;图像去噪

中图分类号:TN911.73 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20142903.0450

Non-local means image denoising algorithm based on statistical property

CHEN Ming-ju

(College of Information Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: In order to overcome the shortcomings that weights of traditional non-local means are only decided by similar block's Euclidean distance and the influence of noise is not considered, a novel non-local means algorithm based on statistical property of similar block's pixels is proposed. This new algorithm first obtains the probability density function of similar block's Euclidean distance by employing the prior information of the Gaussian noise, and then formulates the probabilistic weights truly reflecting the similarity between two noisy patches. In the experiments, compared with traditional non-local means algorithm from the subjective and objective, this new algorithm gains 1 dB higher peak signal noise ratio than the traditional non-local means algorithm, and removes the noise more effectively while preserving significant image details.

Key words: non-local means; probability density; euclidean distance; image denoising

1 引言

图像信号在形成和传输过程中会由于噪声的

干扰而导致图像质量下降,图像消噪就是除去噪声恢复图像的真实内容^[1-2]。非局部均值(non-local means, NLM)去噪是近几年兴起的图像去噪技术^[3-4],其基本思想是当图像受到随机噪声干

收稿日期:2013-07-24;修订日期:2013-10-09.

基金项目:人工智能四川省重点实验室开放基金(No. 2012RYY08);四川理工学院校级科研基金(No. 2012KY13);四川省教育厅项目(No. 14ZB0211);四川高校科研创新团队建设计划资助项目(No. 13TD0017)

扰时,受干扰点的像素值可以通过图像其他区域相似块加权平均而得到,从而有效地去除噪声。一般来讲,像素之间的空间位置距离越近,相似性越强。为了提高计算效率,相似区域的搜索范围限定在待处理像素为中心的某个区域内,从而大幅地减少计算量。

Buades 等人在理论和实验方面都证明非局部均值去噪性能优于常见的图像去噪算法^[3-4]。但是非局部均值仍有它的不足^[5-6]:(1)非局部均值利用图像中相似结构去除噪声,适应于的空间冗余性较高的图像,特别适应周期性结构和纹理结构的图像;(2)当图像受到较强噪声干扰时,通过相似块计算的权值误差较大,降低去噪性能。于是,近几年出现了许多非局部均值滤波的改进算法,一些学者对非局部均值运算量进行相应的研究,大大减小运算的时间^[7-10],一部分学者对非局部均值的参数进行优化^[11-12],以获得更好的去噪性能,然而这么算法都是通过高斯加权欧氏距离来获得权值,并没有考虑到噪声对欧氏距离的影响。

针对非局部均值未考虑噪声对权值的影响,本文对非局部均值的权值函数进行改进,将噪声对相似块欧氏距的影响考虑进去,权值的大小由相似块欧氏距离的概率密度函数决定。相似块欧氏距离概率密度大时,相应的权值也就大;相似块欧氏距离概率密度小时,相应的权值也就小,以减小噪声对权值的影响,改进去噪性能。

2 非局部均值滤波改进算法

2.1 传统非局部均值滤波

令二维原始图像为 $x = \{x(i) | i \in I\}$, I 为有界的二维空间,图像受到的高斯白噪声 $n(i)$ 干扰,干扰后的图像为 $y = \{y(i) | i \in I\}$,则可得如下关系式:

$$y(i) = x(i) + n(i), n(i) \sim N(0, \sigma^2). \quad (1)$$

非局部均值利用整幅图像中所有像素的加权平均来得到该点的估计值 $\hat{x}(i)$,这样计算量非常大,为了提高计算效率,利用像素附近相似性高,像素附近外区域相似度低的特点,将搜索范围限定在待处理像素周围的某个方形区域 S_i 内,通常将该区域的大小取为 21×21 。于是非局部均值算法对在区域 S_i 噪声图像的像素进行加权平均来得到原始图像该点的估计值 $\hat{x}(i)$,表达式如下:

$$\hat{x}(i) = \sum_{j \in S_i} \omega(i, j) y(j) / W_i, \quad (2)$$

其中: W_i 为归一化常数,定义为 $W_i = \sum_{j \in S_i} \omega(i, j)$ 。

权值 $\omega(i, j)$ 依赖于以像素 i 为中心区域和以像素 j 为中心区域之间的相似性(区域定义为 P),权值通过高斯加权欧氏距离获得,如下:

$$\omega_{i,j} = \exp(-\sum_{k \in P} (y_{i+k} - y_{j+k})^2 / h). \quad (3)$$

由式(3)可见,像素之间的相似性通过相似窗口对应的灰度值之间欧氏距离的指数函数来度量。由于指数函数具有较快的衰减速度,相似区域区别较小时,具有较小的欧氏距离而得到较大的权值;区域内灰度值区别较大时,具有较大的欧氏距而得到较小的权值。参数 h 控制指数函数的衰减速度,即影响着权值的大小。通过实验证明参数 h 取 $10\sigma \sim 15\sigma$ 的值时,能够取得较好的去噪效果。对于灰度图像,相似性窗口 P 的大小取值为 7×7 或 9×9 ,非局部均值去噪效果最优。

2.2 传统非局部均值算法不足

传统非局部均值未考虑噪声对加权系数的影响,例如 x_i 、 x_j 为中心的 P 领域内完全相同,权值 $\omega_{i,j}$ 应该为 1,如果图像受到噪声的影响,由式(3)可知 $\omega_{i,j}$ 将小于 1,从而形成误差。因此,对于权值的求得,我们应该把噪声的影响考虑进去。

假设以 x_i 、 x_j 为中心的像素在 P 领域内完全相同且相互独立,令 $D_{i,j} = \sum_{k \in P} (y_{i+k} - y_{j+k})^2 / 2\sigma^2$,则权值为 $\omega_{i,j} = \exp(-D_{i,j} / h')$,其中, $h' = h / 2\sigma^2$, y_i 、 y_j 分别为 x_i 、 x_j 点对应的噪声图像像素的灰度值。接下来分析 $D_{i,j}$ 在噪声的影响下的分布情况。

由于 $y_i = x_i + n_i$, n_i 为均值为 0,方差为 σ^2 的正态分布,当 x_{i+k} 与 x_{j+k} 相互独立且相同时,可以得到 $y_{i+k} - y_{j+k}$ 为均值为 0,方差为 $2\sigma^2$ 的正态分布。

若 n 个相互独立的随机变量 $d_1, d_2, \dots, d_n$, 均服从标准正态分布,则这 n 个服从标准正态分布的随机变量的平方和 $X = \sum_{i=1}^n d_i^2$ 构成一新的随机变量,其分布规律称为卡方分布(chi-square distribution),记着 $X \sim \chi^2(n)$ 。

$\chi^2(n)$ 分布中,参数 n 称为自由度, $\chi^2(n)$ 分布的期望为 n , $\chi^2(n)$ 分布的方差为 $2n$ 。其概率密度为:

$$f_n(x) = \frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2}. \quad (\Gamma \text{ 为 Gamma 函数})$$

$$\text{令 } d_{i+k,j+k} = \frac{y_{i+k} - y_{j+k}}{\sqrt{2}\sigma} = \frac{n_{i+k} - n_{j+k}}{\sqrt{2}\sigma}, \text{ 有}$$

$d_{i+k,j+k} \sim N(0,1)$, 由卡方分布的定义可知:
 $d_{i+k,j+k}^2 \sim \chi^2(1)$; $D_{i,j} = \sum_{k \in P} d_{i+k,j+k}^2 \sim \chi^2(|P|)$ 。

其中, $|P|$ 指区域 P 内像素的个数。 $D_{i,j}$ 的期望为 $|P|$, 方差为 $2|P|$ 。

通过上面分析当 x_i, x_j 值相同时, 在高斯噪声污染下, 确定权值系数的参数 $D_{i,j}$ 服从自由度为 $|P|$ 的 $\chi^2(|P|)$ 分布。通常相似区域 P 取值为 $5 \times 5, 7 \times 7$ 或 9×9 , 因此, $D_{i,j}$ 分别服从 $\chi^2(25)$ 、 $\chi^2(49)$ 、 $\chi^2(81)$, 其概率密度曲线如图 1 所示。

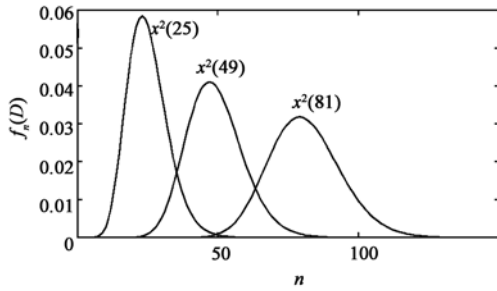


图 1 $D_{i,j}$ 的概率密度函数

Fig. 1 $D_{i,j}$ probability density function

由上面分析可知, x_i, x_j 为中心的区域在 P 领域内完全相同, 当受到高斯噪声干扰时, $D_{i,j}$ 为 0 出现的概率较小, 从而得到的 $\omega_{i,j}$ 为 1 的可能性也较小, 因此造成 NLM 算法将对去噪图像参数较大的失真。如果加权系数能由差值 $D_{i,j}$ 的分布特性决定, 即使在相似块在受到噪声破坏差值 $D_{i,j}$ 变得很大时, 加权系数仍然为较大值而不受噪声的影响, 获得的去噪性能将更好。

2.3 改进非局部均值算法

基于上面分析, 如果相似块的权值系数由 $D_{i,j}$ 概率密度 $f_n(D_{i,j})$ 决定, 当 $f_n(D_{i,j})$ 值大时, 权值 $\omega_{i,j}$ 也大; 反之, 当 $f_n(D_{i,j})$ 值小时, 权值 $\omega_{i,j}$ 也小。因此, 权值系数定义为:

$$\omega_{i,j} = f_n(D_{i,j}) = \frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} D_{i,j}^{\frac{n}{2}-1} e^{-D_{i,j}/2} \quad (4)$$

前面分析的以 x_i, x_j 为中心的在两块区域未发生重叠, 如果两块发生重叠, $D_{i,j}$ 将不满足标准的卡方分布, 其分布情况修正为^[13]:

$$D_{i,j} \sim \gamma_j \chi^2(\eta_j), \quad (5)$$

其中, γ_k 与 η_k 定义为:

$$\gamma_j = \text{var}[D_{i,j}] / (2E[D_{i,j}]), \quad (6)$$

$$\eta_j = E[D_{i,j}] / \gamma_k. \quad (7)$$

$E[D_{i,j}]$ 很容易就可以求出:

$$E[D_{i,j}] = \sum_{k \in P} E[d_{i+k,j+k}^2] = |P|, \quad (8)$$

而 $\text{var}[D_{i,j}]$ 可以表示为:

$$\text{var}[D_{i,j}] = \sum_{k,l \in P} \text{cov}[d_{i+k,j+k}^2, d_{i+l,j+l}^2] = \sum_{k,l \in P} (E[d_{i+k,j+k}^2 d_{i+l,j+l}^2] - 1). \quad (9)$$

$E[d_{i+k,j+k}^2 d_{i+l,j+l}^2]$ 的值分两种情况: $k=l$ 时, $E[d_{i+k,j+k}^2 d_{i+l,j+l}^2] = E[d_{i+k,j+k}^4] = 3$; $k \neq l$ 时, $E[d_{i+k,j+k}^2 d_{i+l,j+l}^2] = E[d_{i+k,j+k}^2] E[d_{i+l,j+l}^2] = 1$ 。于是有:

$$\text{cov}[d_{i+k,j+k}^2, d_{i+l,j+l}^2] = \begin{cases} 2, & k=l \\ 0, & k \neq l \end{cases}. \quad (10)$$

通过上面分析, 我们可以得到 γ_j, η_k , 进一步通过密度分布函数得到加权系数:

$$\omega_{i,j} = f(D_{i,j}) = \gamma_k \chi^2(\eta_k) = \frac{(D_{i,j}/\gamma_k)^{\frac{\eta_k}{2}-1} \exp\left\{-\frac{D_{i,j}}{2\gamma_k}\right\}}{2^{\eta_k/2} \Gamma(\eta_k/2)}. \quad (11)$$

3 结果与讨论

为证明本文算法的有效性, 将本文算法与 NLM 进行对比分析。实验中相似区域 P 选取为 7×7 的方形区域, 搜索范围 S_l 控制在 21×21 区域。在客观评价方面选取对不同噪声污染后图像去噪后的峰值信噪比 (PSNR) 作为评价依据, 如表 1 所示。从表中可以看出, 本文算法去噪效果优于 NLM, 峰值信噪比提高 1 dB 左右。

表 1 不同图片两种算法去噪性能比较

Tab. 1 Denoising results of different images with different methods

噪声图像	本文算法 PSNR/dB	NLMPSNR/dB
Texmos	26.425 2	25.012 4
Lena	24.652 7	22.953 4
Elaine	23.542 4	22.128 3
Woman	27.045 2	26.851 7
Einstein	21.584 2	21.254 3
Boat	29.054 1	27.561 4

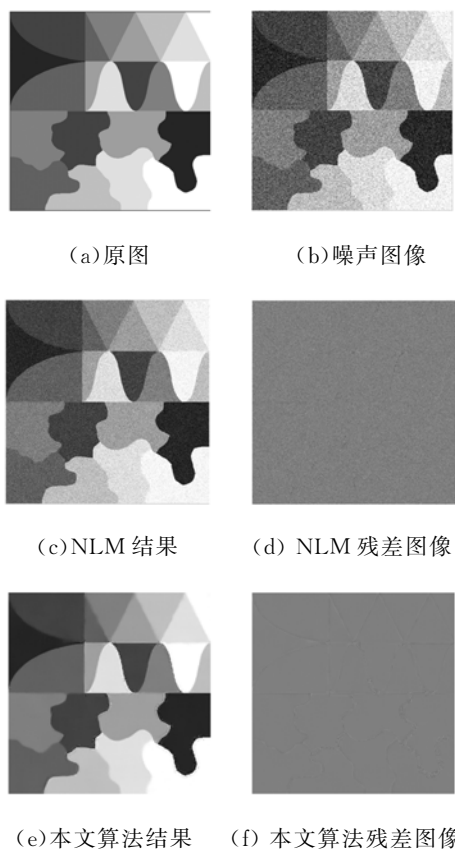


图2 Texmos 图像的消噪结果

Fig. 2 Texmos image before and after denoise

主观评价方面,以‘texmos’为例,在同一幅受干扰的图片进行去噪,分别给出去噪前后图像,以及去噪后图像与原始图像的差值图像,如图2所示。从图中可以看出,本文算法相对于传统NLM算法有效去除了噪声,差值图像灰度值较小,去噪后图像更好地接近原图,图像的细节信息损失较小。

4 结 论

由于NLM算法对噪声图像的像素进行加权平均来得到原始图像该点灰度值,当图像受噪声污染时,通过加权平均得到的权值随之出现波动,从而影响去噪的性能。针对NLM算法未考虑到噪声对权值的影响,提出了权值由相似块差值的分布密度函数确定的方法。当差值出现的概率较大时,权值就大;当差值出现的概率较小时,权值接近0。这样有效地把噪声对权值的影响考虑进去,以减小噪声对权值的影响。并通过试验证明本算法的优越性,具有很好的应用前景。

参 考 文 献:

- [1] 龚俊亮,何昕,魏仲慧,等. 基于贝叶斯估计的剪切波域局部自适应图像去噪[J]. 液晶与显示, 2013, 28(5): 799-804.
Gong J L, HE X, Wei Z H, et al. Local adaptive image denoising based on bayesian estimation in shearlet domain [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(5): 799-804. (in Chinese)
- [2] 高珊, 马艳会. 基于边缘保持的 SAR 图像滤波算法研究[J]. 液晶与显示, 2013, 28(2): 290-294.
Gao S, Ma Y H. Algorithm research of filtering for SAR images based on edges-preserving [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(2): 290-294. (in Chinese)
- [3] Buades B, Coll, Morel J M. A review of image denoising algorithms, with a new one [J]. *Multiscale Modeling & Simulation*, 2005, 4(2): 490-530.
- [4] Singer A, Shkolnisky Y, Nadler B. Diffusion interpretation of non-local neighborhood filters for signal denoising [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(1): 118-139.
- [5] Vignesh R, Byung T O, Kuo C, et al. Fast non-local means computation with probabilistic early termination [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(3): 277-280.
- [6] Ville D, Kocher M. Sure-based non-local means [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(11): 973-976.
- [7] Mahmoudi M, Sapiro G. Fast image and video denoising via non-local means of similar neighborhoods [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(12): 839-842.
- [8] Orchard J, Ebrah M M, Wong A. Efficient non local means denoising using the SVD [C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, California, USA: IEEE Signal Processing Society, 2008: 1732-1735.

- [9] Avanak I N, Diyyanat A, Sodagar I S. Optimum parameter estimation for non-local means image denoising using corner in formation [C]//*Proceedings of the 9th International Conference on Signal Processing*, Beijing, China: IEEE Press, 2008: 861-863.
- [10] Eidezadeh A, Avanak I N. An enhanced non local means algorithm for image denoising [C]//*Proceedings of the 9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, Washington, DC. USA: IEEE Computer Society, 2007: 1-4.
- [11] Wu Y, Tracey B, Noonan J. James-stein type center pixel weights for non-local means image denoising [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 17(3): 277-280.
- [12] Salmon J. On two parameters for denoising with non-local means [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(3): 269-272.
- [13] Li L C, Yu S S. Approximated distributions of the weighted sum of correlated chi-squared random variables [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2012, 142(2): 457-472.

作者简介: 陈明举(1982—), 男, 重庆大足人, 讲师, 主要从事通信信息处理方面的研究。E-mail: chenmingju@live.cn