

文章编号:1007-2780(2014)06-1010-06

基于并行结构的相位恢复算法 在全息激光投影中的应用

吴广志*, 张晗盛, 茆文艺

(中国卫星海上测控部, 江苏 江阴 214431)

摘要:全息激光投影技术相比传统图像显示技术有突出的优势。作为全息激光投影技术的关键图像处理算法——相位恢复算法,算法的收敛速率和精度都有待提高,在实际计算中它们的效果不够理想,甚至不能保证迭代过程总收敛到正确解。基于此,本文提出了基于并行结构的相位恢复算法(PGSGA)。该方法思路是对多个初值进行并行运算,不断“筛”出最优结果来对 GS 算法进行加速。仿真实验证明,该算法在收敛速率和恢复的灰阶图像质量等方面具有优越性。

关键词:全息术;视频全息投影系统;相位恢复算法;纯相位全息图;GS 算法

中图分类号:TP391.9 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20142906.1010

Application of phase recovery algorithm based on parallel architecture in holographic projection technology

WU Guang-zhi*, ZHANG Han-sheng, MAO Wen-yi

(China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Wuxi 214431, China)

Abstract: Compared with conventional display technology, holographic projection technology has outstanding advantages. The phase retrieval algorithm is a key image processing algorithms in holographic projection technology. The constringency speed and precision of these algorithms need to be raised. The performance of the algorithms above are not satisfactory, sometimes they cannot even guarantee that the iterative process converges to the correct solutions. Then, this paper proposes a parallel architecture based on the phase recovery algorithm-Parallel Gerchberg-Saxton with Genetic Algorithm (PGSGA). Simulation has proved that the proposed algorithm PGSGA is better in convergence rate and the restoration quality by testing gray-scale image.

Key words: holography; ViHPS; phase retrieval algorithm; phase-only hologram; GS algorithm

1 引言

全息激光投影技术作为一种新兴技术,已经越来越被人们所关注^[1]。它相比传统图像技术有突出的优势——极为高效和安全,而且可以只在

特定位置或角度显示图像;它不仅能实现传统显示器所达到的所有先进技术指标,如大屏幕、高分辨率、数字化等,而且以激光作为光源,具有波长可选择性和高光谱亮度等特性,并拥有色域广、色彩饱和度高等特点。全息激光投影技术需要的部件少且成像效果好,这就意味着整个投影系统体

收稿日期:2013-11-19;修订日期:2014-01-26.

基金项目:青年科学基金(No. 61101182)

* 通信联系人, E-mail: wuguangzhi2008@sina.com

积可以做得很小,方便配备到移动设备上。

作为全息激光投影技术的关键图像处理算法——相位恢复算法^[2-3],近年来已被人们进行了广泛的研究,这主要是由于相位恢复在光束整形、设计光学衍射元件^[4]等方面都能够有所应用,从光强测量中恢复光学相位的问题备受重视。迄今为止,已见很多相位恢复算法报道,它们能够在所应用的范围内取得较好的效果,比如 GA 算法^[5]等。但是就目前的进展来看,这些相位恢复算法的收敛速率和精度都有待提高,在实际计算中它们的效果多不够理想,甚至不能保证迭代过程总收敛到正确解。

2 全息术原理

1948 年伽柏提出了一种全新的两步无透镜成像法—全息术,也称为波阵面再现术,是利用干涉和衍射原理记录并再现物体光波波前的一种技术。整个过程由两个步骤:波阵面记录^[6-7]和波阵面再现来完成。

第一步是利用干涉原理记录物体光波信息,即拍摄过程。被摄物体在激光辐照下形成漫反射式的物光束;另一部分激光作为参考光束射到全息底片上,和物光束叠加产生干涉,把物体光波上各点的位相和振幅转换成在空间上变化的强度,从而利用干涉条纹间的反差和间隔将物体光波的全部信息记录下来。记录着干涉条纹的底片经过显影、定影等处理程序后,便成为一张全息图,或称全息照片。

第二步是利用衍射原理再现物体光波信息,即成像过程。全息图犹如一个复杂的光栅,在相干激光照射下,全息图的衍射光波一般可给出两个像,即原始像(又称初始像)和共轭像。再现的图像立体感强,具有真实的视觉效应。全息图的每一部分都记录了物体上各点的光信息,故原则上它的每一部分都能再现原物的整个图像,通过多次曝光还可以在同一张底片上记录多个不同的图像,而且能互不干扰地分别显示出来。

3 ViHPS 原理

视频全息投影系统(ViHPS)是利用纯相位全息图(Phase-Only Hologram)进行投射成像的

系统。利用平面相干光照射一幅纯相位全息图,衍射光投射到像平面(Image Plane)上,将形成一幅图像^[8-9]。纯相位全息图是利用光的衍射成像,纯相位全息图的幅值分布为一固定的常数,因为它不对光的振幅调制,光几乎完全透过或反射,充分利用了相位型全息图衍射效率高的特点,因此,理论上整个成像过程中几乎没有光损耗。近年来,LCoS 微显示器件的发展使得动态全息术有了成功的可能。通过 LCoS 器件实现入射光的相位调制,就可以得到一幅纯相位全息图。另外,全息图重建的二维图像质量不易受器件瑕疵的影响,有缺陷的像素或区域引起的噪声将分散在整个图像上,从而大大降低了其对图像总体质量的影响^[10-11]。

如图 1 所示,入射光束为同相位的平行光束,经 LCoS 反射后,全息平面(Hologram plane)上不同像素点的反射光线的相位值将被改变,这就完成了光束的相位调制^[12],相位调制后的反射光线再经过傅里叶透镜形成最终的图像。在 LCoS 进行相位调制过程中,光信号的振幅保持不变,输出相位可以通过 LCoS 器件进行调制。因此只要适当选取一个相位矩阵,最终就可以在像平面上得到一幅完整的图像。

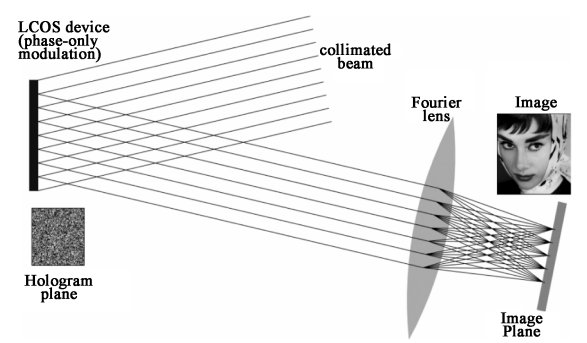


图 1 视频全息投影系统原理示意图
Fig. 1 Principle schematic diagram of video holographic projection system

4 相位恢复算法

ViHPS 中 LCoS 器件可以完成纯相位全息图的调制,从而最终复现出图像。但是目前大多显示系统的图像都采用灰度调制办法,即输入信

号是灰度幅值的矩阵,不是 ViHPS 中所需要的相位矩阵,因此如何根据图像的灰度幅值信息得出纯相位全息图信息成了本课题需要迫切解决的问题。这类问题在物理学很多领域中都存在,即如何利用容易测量的强度信息找回丢失了的相位信息,重建波函数——相位恢复问题。

对于电子显微技术中由双强度测量恢复相位的比较成功和有效的算法是 1971 年 Gerchberg 和 Saxton 提出的一套 GS 算法,随后,不少学者提出了有效的 GS 修正算法。1981 年,顾本源和杨国祯以及董碧珍等人根据一般光学变换理论公式,提出了一般变换系统下的振幅—相位恢复更普遍的描述方式,并通过严格的数学推导,给出确定振幅—相位的方程组,利用迭代的方法,可以处理各种振幅—相位恢复问题^[4]。

在目前解决相位恢复问题的算法体系中,GS 算法最具代表性,有时它能够很快地收敛并得到误差较小的结果,尤其是针对输入输出平面之间存在解析傅里叶变换对的情况。大多数的相位恢复算法都是 GS 算法的修改。

但在实际的计算中,由于情况并不很理想化,GS 算法收敛速度就会大大降低,并常常出现几乎完全停滞的现象,使计算速度和结果都受到影响。GS 算法是跟踪高维变量函数梯度的负方向来寻求极值的,其实本质是一种最速下降法。用于搜索函数的极小值时往往与本次开始搜索的点有关;若初始值取得不恰当,执行少数几次搜索往往找不到函数定义域范围内的最小值,仅能得到一些指标不太令人满意的局部最小值^[13]。

Fienup 算法是 GS 算法的改进算法,也称为输入输出算法。Fienup 算法通过重建图像的振幅的反馈使得收敛速度更快。利用重建图像 g 和目标图像 G_0 来计算误差。误差可以用来改变目标图像平面的振幅到 G_n 。一般情况下,如果图像平面的一个点的值比目标值要小时, G_n 会改变使得其值增加,反之, G_n 会改变使得其值减小。

杨国祯和顾本源提出任意线性变换系统中相位恢复的一般理论^[3-4]以及杨-顾算法(Y-G 算法),并且成功地应用在各种变换系统中,解决各类实际问题,提出振幅-相位恢复问题可分为 3 类:纯相位型、纯振幅型、振幅相位混合型,并给出相应方程组和有效的迭代算法。杨-顾相位恢复

算法是继 GS 算法之后的一种具有普适性的优化算法,其迭代过程中有两个循环体。在计算次数相同的情况下,杨-顾相位恢复算法计算速度比 GS 算法慢,但收敛精度要比 GS 算法高,它可以看成是 GS 算法的推广。Y-G 算法与 GS 算法一样,对初始值十分敏感。

5 基于并行结构的相位恢复算法

杨-顾相位恢复算法其迭代过程中有两个循环体,在计算次数相同的情况下,杨-顾相位恢复算法计算速度比 GS 算法慢,因此本文考虑基于 GS 算法进行加速。考虑到 GS 算法的收敛速度与相位初值的选取有关,因此可以考虑同时对多个初值进行并行运算,不断“筛”出最优结果的方法来对 GS 算法进行加速。考虑到并行结构运算的特点,这里借鉴遗传算法^[5]中的交叉算子和变异算子对相位进行修正,这样可以使得修正后的相位结果尽可能多得向最优结果靠近,使得迭代结果更接近最优解,从而进一步对 GS 算法进行加速优化。基于此数据处理思想,本文提出了基于并行结构,利用遗传算法中的遗传、变异算子进行相位修正来加速的 GS 相位恢复算法(即 PGS-GA 算法)。其具体运算过程如下:

$$\begin{cases} H_1^{(n)} = FT^{-1}(G_0 \cdot \exp(i\varphi_1^{(n)})) \\ \varphi_1^{(n)} = \text{angle}(H_1^{(n)}) \\ g_1^{(n)} = FT(H_0 \cdot \exp(i\varphi_1^{(n)})) \\ \theta_1 = \text{angle}(g_1^{(n)}) \\ \text{error}_1 = \text{RMS}(\text{abs}(g_1^{(n)}), G_0) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} H_2^{(n)} = FT^{-1}(G_0 \cdot \exp(i\varphi_2^{(n)})) \\ \varphi_2^{(n)} = \text{angle}(H_2^{(n)}) \\ g_2^{(n)} = FT(H_0 \cdot \exp(i\varphi_2^{(n)})) \\ \theta_2 = \text{angle}(g_2^{(n)}) \\ \text{error}_2 = \text{RMS}(\text{abs}(g_2^{(n)}), G_0) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} H_K^{(n)} = FT^{-1}(G_0 \cdot \exp(i\varphi_K^{(n)})) \\ \varphi_K^{(n)} = \text{angle}(H_K^{(n)}) \\ g_K^{(n)} = FT(H_0 \cdot \exp(i\varphi_K^{(n)})) \\ \theta_K = \text{angle}(g_K^{(n)}) \\ \text{error}_K = \text{RMS}(\text{abs}(g_K^{(n)}), G_0) \end{cases} \quad (3)$$

上述 K 组式子使用了相同的运算单元,该运

算单元包括二维离散傅里叶逆变换(FT^{-1})、hologram相位计算、二维离散傅里叶变换(FT)、图像相位计算、误差计算,共 5 个运算模块。由于

上述 K 组式子是同时进行运算的,因此整个运算时间和只算一组的时间相同,当然, K 组所消耗的运算处理资源是一组的 K 倍。

$$[\varphi_1^{(n+1)} \quad \varphi_2^{(n+1)} \quad \dots \quad \varphi_K^{(n+1)} \quad \text{phase}_0] \text{Phase}_{\text{Correction}}(\theta_1 \quad \dots \quad \theta_K \quad \text{error}_1 \quad \dots \quad \text{error}_K).$$

(4)

式(4)中,Phase_Correction 处理模块根据前面 K 个处理单元各自的误差,挑选出误差最小的一组,并将其他某些并行线的相位数据利用交叉、变异算子进行修正,防止算法过早收敛到局部极小点,同时也可以加速算法的收敛速度。

在相位校正中,引进遗传算法中的交叉变异算子对前面算出来的相位进行校正。在遗传算法中,交叉、变异算子所起的作用是产生新的染色体,改变搜索路径。此处引用可以改变下一次迭代的初值,使得在下次迭代中,迭代结果停滞在局部极小值的概率变低,从而有更多的机率逼近最优解,进而达到加速的目的。下面阐述本文所采取的交叉、变异方法。

(a)交叉算子

这里以对两条并行线上的 GS 运算出来的相位进行交叉处理为例,说明本文中的交叉算子是如何进行交叉运算的。

按照各个相位对应的像素的灰阶进行分组,假设图像为 256 灰阶,这里以分 4 组为例:(0~63,64~127,128~191,192~255)

这样并行线 1,2 的 GS 相位结果可以分别分为 4 组,

并行线 1 的第一组为,对应的灰阶值处于 0~63 之间的相位,

并行线 1 的第二组为,对应的灰阶值处于 64~127 之间的相位,

并行线 1 的第三组为,对应的灰阶值处于 128~191 之间的相位,

并行线 1 的第四组为,对应的灰阶值处于 192~255 之间的相位。

并行线 2 的第一组为,对应的灰阶值处于 0~63 之间的相位,

并行线 2 的第二组为,对应的灰阶值处于 64~127 之间的相位,

并行线 3 的第三组为,对应的灰阶值处于 128~191 之间的相位,

并行线 4 的第四组为,对应的灰阶值处于 192~255 之间的相位。

交叉运算就是,将并行线 1,2 某一组或某几组的相位值进行互换,(例如,将 1,2 并行线的第 1,2 两组的相位值互换——像素位置不变)。具体操作如图 2 所示。

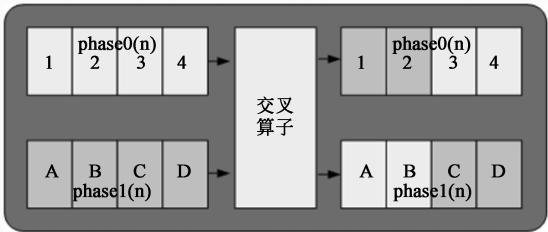


图 2 交叉运算
Fig. 2 Crossover operator

(b)变异算子

变异算子就是将任何一条并行线上的 GS 相位的某一组或某几组进行变化,其他组的相位不变化。具体操作如图 3 所示。

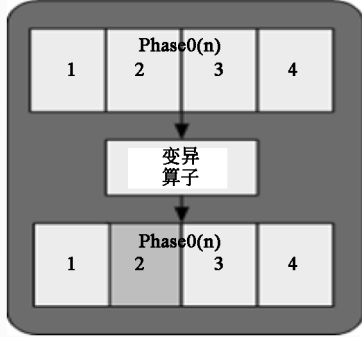


图 3 变异运算
Fig. 3 Mutation operator

图中给出了某条并行线相位结果的第二组相位数据进行变异运算的示范,具体变异运算可以是相位取反,增加一个固定值等,视具体情况而定。

进行交叉变异的目的一是防止 GS 算法停滞

在局部最小点,二是可以加速 GS 算法收敛到最优点的速度(通过改变初始迭代相位)。

纯相位全息图可以通过上述迭代方法进行计算,对于纯相位全息图相应的幅度信息(对应的是一个常数)可以直接计算得出。假设纯相位全息图相应的幅度信息值为常数 a ,图像灰度矩阵为 $\mathbf{M}$,矩阵大小为 $m \times n$,根据帕赛瓦尔定理,有:

$$a = \frac{1}{mn} \sqrt{\sum_i \sum_j (M(i,j))^2}. \quad (5)$$

由于 ViHPS 是利用纯相位全息图进行成像,纯相位全息图的幅值信息为一固定的常数 a 。

6 仿真实验

利用 Matlab 软件分别仿真 GS、Fieup、PGSGA 算法,分别讨论各自的性能参数,并进行比较和分析。

对 256×256 分辨率的 lena 图片进行 GS, Fieup, PGSGA 算法迭代 5、10、20、30 次,记录其迭代结果如下:

为实现可比较性,这里将迭代的图像初始相位均定为 0 矩阵。各算法参数设置如下:

- (1)GS 算法中灰度进行归一化;
- (2)Fieup 算法中灰度归一化,反馈系数为 0.8;
- (3)PGSGA 中灰度归一化,并行线 17 条,灰度分成 256 组。

这里给出 3 种算法的迭代收敛曲线,曲线描述了恢复出的图像与原图像的均方误差随迭代次数的变化曲线,如图 4 所示。

图 4 曲线中描述了 GS、Fieup、PGSGA 算法的迭代收敛曲线。根据图中的曲线,可以发现前 10 次迭代中,PGSGA 的收敛速度明显高于 GS,

Fieup 算法。在前 15 次迭代中 PGSGA 的收敛结果也优于 GS, Fieup。算法的迭代次数越少,硬件的运算时间也就相对会减少。

因此 PGSGA 算法在性能参数上都较 GS, Fieup 算法优越,迭代 10 次 RMS 误差都要减少 60% 以上,这意味着在硬件实现该 PGSGA 算法时,可以以很少的迭代的次数达到甚至超过 GS, Fieup 算法较多的迭代次数的迭代效果。

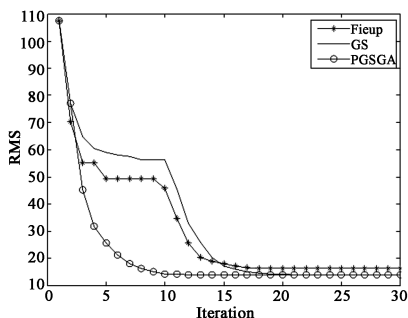


图 4 均方误差随迭代次数的变化曲线

Fig. 4 Change curves of mean square error with the number of iteration

7 结 论

在研究分析 GS 迭代算法的基础上,提出了基于并行结构的 GS 迭代算法(PGSGA),该算法的运算采用并行结构,同时借鉴遗传算法中交叉和变异算子的思想对迭代结果不太理想的部分进行修正,通过改变下一次相位迭代的初值来加速收敛。结果表明,PGSGA 算法能够很好地计算出纯相位全息图,恢复出的图像质量和均方误差都较 GS、Fieup 算法优越。通过软件 Matlab 仿真,验证了 PGSGA 算法的有效性,通过与 GS, Fieup 算法比较,验证了算法的优越性。

参 考 文 献:

- [1] 周文静,彭娇,于瀛洁.基于数字全息技术的变形测量[J].光学精密工程,2005,13(1):48-51.
Zhou W J, Peng J, Yu Y J. Deformation measurement based on digital holography [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2005, 113(1): 48-51. (in Chinese)
- [2] 曹玉茹,韦穗.分数傅里叶变换计算全息图的算法研究[J].计算机工程与设计,2008,29(10):1-4.
Cao Y R, Wei S. Algorithm to calculate the fractional Fourier transform holograms [J]. *Computer Engineering and Design*, 2008, 29(10): 1-4. (in Chinese)
- [3] 汪力,董碧珍,杨国桢.非幺正变换系统中的二维相位恢复问题[J].物理学报,1989,11(38):1809-1818.
Wang L, Dong B Z, Yang G Z. Non-unitary transformation system of two-dimensional phase retrieval problem [J].

- Physical Journal*, 1989, 11(38): 1809-1818. (in Chinese)
- [4] 杨国桢, 顾本源. 光学系统中的振幅和相位的恢复问题[J]. 物理学报, 1981, 3(30): 410-414.
Yang G Z, Gu B Y. Amplitude and phase restoration of the optical system [J]. *Physical Journal*, 1981, 3(30): 410-414. (in Chinese)
- [5] 张静娟, 姬扬. 遗传算法在激光束整形中的应用[J]. 物理学报, 1996, 45(5): 789-795.
Zhang Jing-juan, Ji Yang. Genetic algorithms in shaping the laser beam [J]. *Physical Journal*, 1996, 45(5): 789-795. (in Chinese)
- [6] 马腾. 数字全息再现像质量的研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
Ma T. Research on digital holography quality [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese)
- [7] 梁柳娟. 数字全息技术的初步研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
Liang L J. Preliminary research on digital holography [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese)
- [8] Gerchberg R W, Saxton W O. Phase determination from images and diffraction plane pictures in the electron microscope [J]. *Optik*, 1971, 34(2): 275-283.
- [9] Georgiou A, Crossland W A. Image projection using phase-only holograms [J]. *Photonic Conference Proceedings*, 2004.
- [10] Dai H, Liu K X Y, Wang X, *et al.* Characteristics of LCOS phase-only spatial light modulator and its applications [J]. *Opt. Commun.*, 2004, 238: 269-276.
- [11] Georgiou A, Christmas J, Moore J, *et al.* Liquid crystal over silicon device characteristics for holographic projection of high-definition television images [J]. *Applied Optics*, 2008, 26(47): 4793-4804.
- [12] 李育林, 傅晓理. 空间光调制器及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
Li Y L, Fu X L. *Spatial Light Modulator and its Application* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996. (in Chinese)
- [13] 左言胜. 光场的计算与相位恢复的方法研究[D]. 合肥: 安徽大学, 2007.
Zuo Y S. Methods for calculating the recovery phase of the light field [D]. Hefei: Anhui University, 2007. (in Chinese)

作者简介: 吴广志(1984—), 男, 江苏盱眙人, 硕士, 工程师, 研究方向为雷达信号处理。E-mail: wuguangzhi2008@sina.com