

文章编号:1007-2780(2014)03-0461-05

基于 CS 测量矩阵优化的图像融合

孙永明*, 吴 谨, 刘 劲

(武汉科技大学 信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081)

摘要:测量矩阵是压缩感知理论的三大核心部分之一,它直接影响着压缩感知理论在图像融合领域的应用。针对随机测量矩阵不易硬件实现的问题,本文设计了一种仅由-1、0 和 1 三个值组成的测量矩阵,并利用基于 Gram 矩阵的优化方法使其尽可能地与稀疏变换矩阵不相关。实验结果表明,该测量矩阵不仅能提高重构图像的 PSNR(Peak Signal to Noise Ratio),而且将其应用于基于压缩感知的图像融合中,在采样率仅为非压缩域 50%的情况下仍能取得较好的融合效果。

关 键 词:图像融合;压缩感知;测量矩阵;Gram 矩阵

中图分类号: 文献标识码:A **doi:**10.3788/YJYXS20142903.0461

Image fusion based on CS measurement matrix optimization

SUN Yong-ming*, WU Jin, LIU Jing

(College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science & Technology,
Wuhan 430081, China)

Abstract: The measurement matrix is one of the three core part of the compressed sensing theory, it influences the application of CS (Compressed Sensing) theory in the field of image fusion. In order to solve the problem that random measurement matrix is hard to realize for hardware, this paper designs a measurement matrix which is consisted only of minus one, zero and one, and then makes it no-related to sparse matrix as much as possible according to Gram matrix-based optimization method. The experimental results show that the proposed method can obtain higher PSNR gain of reconstructed image, and in the application of CS-based image fusion, our method can get a favorable fuse effect in the case of only 50% sampled.

Key words: image fusion; compressed sensing; measurement matrix; gram matrix

1 引 言

图像融合是将多个传感器获得的某一场景的多幅图像进行综合,以获得信息更丰富、更符合人

眼视觉特性或更适于计算机处理的新图像。其应用已遍及机场导航、安全监控、医学成像与诊断、机器视觉、智能交通、工业过程及军事等领域。当前大多数图像融合研究工作主要集中在像素级,像素级图像融合存在中间环节数据量大、存储空

收稿日期:2013-09-16;修订日期:2013-10-14.

基金项目:武汉科技大学大学生科技创新基金项目(No. 122RC121);高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20124219120002)

* 通信联系人, E-mail: jmlveyou2008@sina. com

间大、实时性差等缺点。基于压缩感知 (Compressed Sensing, CS) 的图像融合技术由于其只对少量的采样数据进行分析处理, 解决了中间环节数据量大的问题。

目前国内外对基于压缩感知的图像融合中的采样模式、测量矩阵设计、重构算法以及融合规则问题进行了探索研究。文献[1]比较了 3 种压缩采样模式对压缩感知重建性能的影响, 并进行了图像融合仿真实验, 在采样率为 50% 时仍有较好的融合结果。文献[2]提出了一种基于双放射状采样模式的压缩感知图像融合算法, 在相同采样率下比单放射状采样模式的融合效果要好。文献[3]提出了一种基于特征值分解减小 Gram 矩阵的整体互相关系数的测量矩阵优化方法, 在优化速度和重建效果方面都有一定的优势。由于高斯随机测量矩阵硬件实现起来比较困难。因此, 设计一种易于硬件实现的测量矩阵是基于 CS 图像融合的重要问题。

测量矩阵主要有高斯随机矩阵、循环矩阵和哈达玛矩阵。其中高斯随机矩阵最为常用, 但由于其不确定性使得硬件实现比较困难; 循环矩阵利于存储和硬件实现, 但是效果较差, 需要对其进行优化; 哈达玛矩阵效果最好且易于硬件实现, 但 N 必需满足 $N=2^k$, $k=1, 2, 3\cdots$, 限制了其应用范围。针对以上问题, 本文设计了一种由 $-1, 0$ 和 1 构成的测量矩阵, 并对其进行优化, 其优点是易于硬件实现, 重构效果较好且不受图像大小限制。

2 压缩感知基本原理

压缩感知理论是 Candes、Donoho 和 Tao 等人于 2004 年提出的一种新的信息获取理论, 与传统的压缩如文献[4]中所述的压缩有所不同, 其核心思想是在信号采样的同时实现信息的压缩, 它突破了奈奎斯特 2 倍最低采样频率的限制。该理论指出, 若信号在某个变换域是稀疏的或可压缩的, 就可以利用与变换矩阵非相关的测量矩阵将变换系数投影为低维观测向量。这种投影保持了重建信号所需的信息, 通过进一步求解稀疏最优问题就能够从低维观测向量精确地或高概率地

重建原始高维信号。因此, 将压缩感知理论用于图像融合, 在压缩域对少量的线性测量值进行融合, 然后对融合后的测量值进行重构, 这在很大程度上减少了数据量和对存储空间的需求。

假设图像信号 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 它的稀疏基为 $\Psi \in \mathbf{C}^{N \times N}$, $\Psi\Psi^H = \Psi^H\Psi = \mathbf{I}$, 其中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。利用稀疏基 Ψ 对 $\mathbf{X}$ 进行稀疏变换, 可以得到 $\mathbf{X}$ 在 Ψ 域的等价表示 $\Theta = \Psi\mathbf{X}$ 。

对 $\mathbf{X}$ 稀疏变换后, 需要设计一个合理的测量矩阵 $\Phi \in \mathbf{Z}^{M \times N}$, $M < N$, 实现对信号 $\mathbf{X}$ 的观测取样, 获得观测值 $\mathbf{Y}$, 其大小为 $M \times N$ 。即:

$$\mathbf{Y} = \Phi\Theta = \Phi\Psi\mathbf{X}. \quad (1)$$

测量矩阵设计的目的是如何采样得到 M 个观测值, 并保证从少量观测值中有效重构出长度为 N 的高维度信号 $\mathbf{X}$, 或其等价表示 Ψ 域下的稀疏向量值。由于观测集合 $\mathbf{Y}$ 的数量小于原始信号 $\mathbf{X}$ 的维数, 因此重构信号 $\mathbf{X}$ 变成了一个求解欠定性方程组的问题, 不易求解。但当 $\Phi \times \Psi$ 满足有限等距特性 (Restricted Isometry Property, RIP)^[5-6] 时, 欠定性方程组的求解问题可转化为 l_0 范数的最优化求解问题:

$$\hat{\Theta} = \operatorname{argmin} ||\hat{\Theta}||_0, \quad \mathbf{Y} = \Phi\Psi\mathbf{X}. \quad (2)$$

RIP 给出了上式高概率重构的条件。因此, $\Phi \times \Psi$ 必须满足 RIP 条件。而 $\Phi \times \Psi$ 是否满足 RIP 条件由 Φ 和 Ψ 间的相关性决定, 如果不相关, 则 $\Phi \times \Psi$ 具有 RIP 性质的概率很高^[7]。CS 理论的框架如图 1 所示。

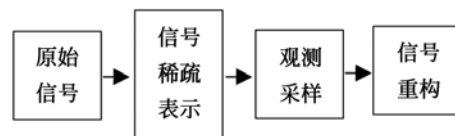


图 1 CS 理论框架

Fig. 1 CS theoretical framework

3 测量矩阵设计与优化方法

设 $\mathbf{D} = \Phi\Psi$, 其中 Φ 为测量矩阵, Ψ 为稀疏变换矩阵。设 $\tilde{\mathbf{D}}$ 表示对 $\mathbf{D}$ 进行列单位化之后的矩阵, 则称 $\mathbf{G} = \tilde{\mathbf{D}}^T \tilde{\mathbf{D}}$ 为 Gram 矩阵^[8]。为了达到较好的重构效果, 测量矩阵 Φ 和稀疏变换矩阵 Ψ 的

相关性必须要小,即使得 $\mathbf{D}=\Phi\Psi$ 有很小的列相关系数,即 Gram 矩阵的非对角线元素尽可能为零。互相关系数 μ 可以定义为 Gram 矩阵所有非对角线元素的绝对值之和,即

$$\mu_{\max} = \sum_{i \neq j} |g(i, j)|, \quad (3)$$

其中: $g(i, j)$ 是 Gram 矩阵的元素。

本文对测量矩阵的优化采用模拟退火法,该方法减小互相关系数的核心思想是:按一定的规则改变测量矩阵的每一个元素值,求得改变后相应的互相关系数;如果互相关系数变小,则以一定的概率 p (本文中 $p=0.5$) 改变该元素值;否则,保持不变。

Φ 生成算法具体步骤如下:

步骤 1: 生成一个只含有 -1 、 0 和 1 的向量 $\mathbf{a}$, 长度为 N ;

步骤 2: 对向量 $\mathbf{a}$ 以步长 1 循环移位 N 次得到向量序列 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 \cdots \mathbf{a}_N$ 得到初始测量矩阵 $\Phi = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 \cdots \mathbf{a}_N]^T$, 大小为 $N \times N$;

步骤 3: 根据式(3)计算 Gram 矩阵 $\mathbf{G} = \tilde{\mathbf{D}}^T \tilde{\mathbf{D}}$ 的相关系数 μ_0 ;

步骤 4: 依次将 0 变为 1 求得相应 Gram 矩阵的相关系数 μ_1 , 将 0 变为 -1 求得相应 Gram 矩阵新的相关系数 μ_{-1} ; 令 $\mu_{\text{new}} = \min(\mu_1, \mu_{-1})$, 如果 μ_{new} 大于 μ_0 , 保持 0 值不变; 否则, 如果 μ_1 小于 μ_{-1} , 将 0 变为 1, 如果 μ_1 大于 μ_{-1} , 将 0 变为 -1 。

4 基于压缩感知的图像融合

基于压缩感知图像融合的核心思想是在压缩域对少量的测量值进行融合, 然后对融合得到的测量值进行重构, 以达到减小中间计算量的目的。

本文基于压缩感知的图像融合方案:

(1) 对两幅源图像 f_1 和 f_2 分别进行小波变换, 得到小波系数 F_1 和 F_2 ;

(2) 分别对其小波系数 F_1 和 F_2 进行测量取值, 得到测量值 Z_1 和 Z_2 ;

(3) 按照系数绝对值取大法进行融合, 得到融合后的测量值 Z ;

(4) 采用正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit) 算法^[9] 重构出融合后的小波系数 F ;

(5) 进行小波逆变换, 得到融合后的图像 f 。

其框图如图 2 所示。

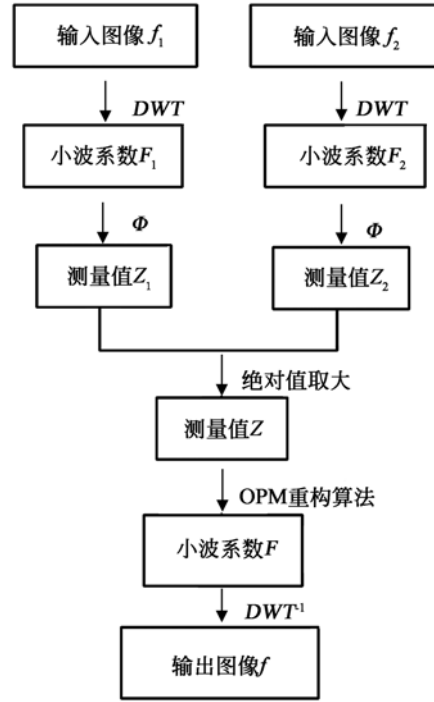


图 2 基于 CS 图像融合框图

Fig. 2 Image fusion framework based on CS theory

5 实验仿真

5.1 测量矩阵设计及优化实验

选取标准 Lena 图像 (256×256), 由 3 中所提出的方法构造出大小为 190×256 的测量矩阵, 测量矩阵优化前后的重构图像峰值信噪比 (PSNR) 如图 3 所示。

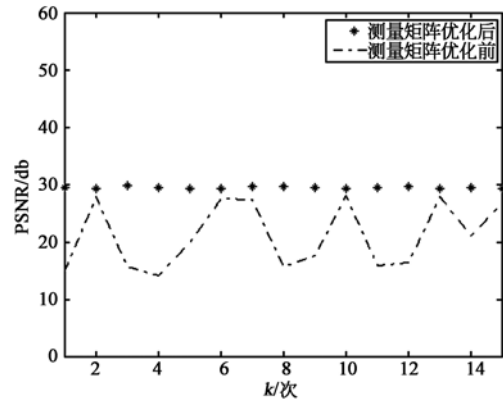


图 3 优化前后 PSNR 值

Fig. 3 PSNR values before and after optimization

优化前后重构图像 PSNR 的均值 μ 和方差 σ 如表 1 所示。重构图像的平均 PSNR 较优化前提高了 8.232 5 dB。方差近似为零表明优化后的该测量矩阵能保证图像具有较稳定的重构结果。

表 1 优化前后 PSNR 的均值和方差

Tab. 1 Mean value and variance of PSNR before and after optimization

PSNR	μ	σ
优化前	21.117 3	30.376 2
优化后	29.349 8	0.022 9

5.2 图像融合实验

实验选取大小为 512×512 的 Clock 和 Pepsi 左右聚焦图像,采样率为 50% 的情况下,分别用高斯测量矩阵和本文测量矩阵进行 CS 图像融合,得到融合图像的峰值信噪比(PSNR)、空间频率(SF)、平均梯度(G)^[10]如表 2 和表 3 所示,融合效果如图 4 和图 5 所示。从实验结果数据和融合效果图都可以看出,本文测量矩阵基本能够达到高斯测量矩阵的性能,取得了较好的融合效果。



(a) 左聚焦图像 (b) 右聚焦图像
(a) Left focus image (b) Right focus image



(c) 高斯矩阵融合 (d) 本文矩阵融合
(c) Gaussian matrix fusion (d) Matrix of this paper

图 4 Clock 图像融合结果

Fig. 4 Fusion results of Clock image

表 2 Clock 图像融合评价指标

Tab. 2 Evaluation index of Clock image fusion

CLOCK	PSNR	SF	G
高斯矩阵	29.681 7	8.987 4	3.453 2
本文矩阵	28.582 3	9.706 1	3.730 5

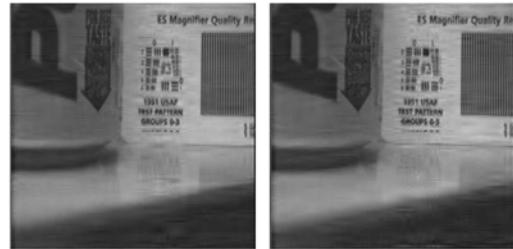
表 3 Pepsi 图像融合评价指标

Tab. 3 Evaluation index of Pepsi image fusion

PEPSI	PSNR	SF	G
高斯矩阵	30.206 5	14.410 9	4.339 9
本文矩阵	29.415 1	15.024 0	4.522 3



(a) 左聚焦图像 (b) 右聚焦图像
(a) Left focus image (b) Right focus image



(c) 高斯矩阵融合 (d) 本文矩阵融合
(c) Gaussian matrix fusion (d) Matrix of this paper

图 5 Pepsi 图像融合结果

Fig. 5 Fusion results of Pepsi image

6 结 论

针对随机测量矩阵的不确定性和硬件实现难度大的问题,本文设计的测量矩阵仅含有一、0 和 1 三个值,其优点是易于硬件实现。实验结果表明,经过优化后的该测量矩阵取得了不错的重构效果。将该测量矩阵用于基于压缩感知的图像融合,在采样率仅为 50% 的情况下仍能取得较好的融合效果。

参 考 文 献:

- [1] Wan T, Canagarajah N, Achim A. Compressive image fusion [C]// *Processing of the International Conference on Image Processing*, California, USA: IEEE Press, 2008: 1308-1311.
- [2] 黄晓生, 戴秋芳, 曹义亲. 一种基于小波稀疏基的压缩感知图像融合算法[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(9): 2581-2583.
- Huang X S, Dai Q F, Cao Y Q. Compressive sensing image fusion algorithm based on wavelet sparse basis [J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(9): 2581-2583. (in Chinese)
- [3] 赵瑞珍, 秦周, 胡绍海. 一种基于特征值分解的测量矩阵优化方法[J]. *信号处理*, 2012, 28(5): 653-657.
- Zhao R Z, Qin Z, Hu S H. An optimization method for measurement matrix based on eigenvalue decomposition [J]. *Signal Processing*, 2012, 28(5): 653-657. (in Chinese)
- [4] 殷亚男, 王晓东, 李丙玉. 基于预测和 JPEG2000 的 MODIS 红外辐射多光谱图像无损压缩算法[J]. *液晶与显示*, 2013, 28(6): 922-926.
- Yin Y N, Wang X D, Li B Y. Lossless compression method based on prediction and JPEG2000 for MODIS emissive IR bands multispectral image [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(6): 922-926. (in Chinese)
- [5] Donoho D. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [6] Candes E, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [7] 郑万泽, 何劲, 魏星, 等. 基于 Contourlet 变换的图像压缩感知重构[J]. *计算机工程*, 2012, 38(12): 194-196.
- Zheng W Z, He J, Wei X, et al. Image compressive sensing reconstruction based on contourlet transform [J]. *Computer Engineering*, 2012, 38(12): 194-196. (in Chinese)
- [8] Abolghasemi V, Ferdowsi S, Sanei S. A gradient-based alternating minimization approach for optimization of the measurement matrix in compressive sensing [J]. *Signal Processing*, 2012(92): 999-1009.
- [9] Needell D, Vershynin R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit [J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2007, 9(3): 317-334.
- [10] 傅瑶, 孙雪晨, 薛旭成, 等. 基于非下采样轮廓波变换的全彩色图像与多光谱图像融合方法研究[J]. *液晶与显示*, 2013, 28(3): 429-433.
- Fu Y, Sun X C, Xue X C, et al. Panchromatic and multispectral image fusion method based on nonsubsampling contourlet transform [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(3): 429-433. (in Chinese)

作者简介: 孙永明(1987—), 男, 湖北潜江人, 硕士研究生, 主要从事图像融合研究工作。E-mail: jmloveyou2008@sina.com