

文章编号:1007-2780(2013)01-0076-06

液晶闪耀光栅中的指向矢二维分布与特性研究

牟芳氏,李 君,黄子强*

(电子科技大学 电子科学技术研究院,四川 成都 610054, E-mail:jasonmoo0330@hotmail.com)

摘 要: 在连续弹性体理论的基础上,采用差分迭代数值分析方法仿真模拟了液晶闪耀光栅中的液晶分子指向矢二维分布情况。利用液晶的电控双折射特性,对液晶光栅电极施加经过插值计算以及修正后的周期电压,使之形成光程差阶梯形分布,具有二元光栅结构的液晶闪耀光栅。得到了液晶光栅的光程差以及相位延迟曲线。通过实验,采用四分之一波片法作出了相位延迟随电压的变化关系曲线,验证了仿真结论,给出了周期电场分布的液晶闪耀光栅在正交偏光下的显微照片。

关 键 词: 液晶闪耀光栅;指向矢二维分布;电控双折射;二元光栅

中图分类号: O438.1 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3788/YJYXS20132801.0076

Molecule Directors Two-Dimensional Distribution Simulation and Characteristics Research of Liquid-Crystal Blazed Grating

MOU Fang-di, LI Jun, HUANG Zi-qiang*

(Research Institute of Electronic Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China, E-mail:jasonmoo0330@hotmail.com)

Abstract: On the basis of the continuous elastic theory, the molecule directors two-dimensional distribution of a liquid-crystal blazed grating is simulated by difference iteration method. The electrodes are applied periodic voltages got by one-dimension spline method and adjustment. The liquid crystal cell is became a blazed grating with the optical path difference binary grating distribution by electrically controlled birefringence. The optical path difference curve and the phase delay curve are got. The simulation conclusion is verified by the experiment of the phase delay versus voltage calibration curve with quarter-wave plate method. The LC blazed grating photomicrograph under the orthogonal polarization is given.

Key words: liquid-crystal blazed grating; molecule directors two-dimensional distribution; electrically controlled birefringence; binary grating

1 引 言

液晶光栅作为光学器件其光学特性具有电场可控性,在诸多领域都有重要应用。例如采用电控液晶二元光栅对入射激光辐射偏转,可被用于分析入射激光辐射的调制频率、码型等信息^[1];液

晶二元光栅的光程分布可以被任意写入,实现对入射光的相位调制^[2],它在光开关^[3]、投影显示^[4-5]、光学处理、衍射光学^[5-10]、激光束方位的探测和跟瞄、大气湍流的校正等方面许多方面具有潜在的应用性。

有关液晶光栅的研究一直以来都是国内外液

收稿日期:2012-09-24; 修订日期:2012-11-30

作者简介:牟芳氏(1989—),男,湖北恩施人,硕士研究生,主要从事液晶器件方面的研究。

* 通信联系人, E-mail:zqhuang@188.com

晶界的研究热点。

1988 年, Konforti 等发表了关于扭曲向列液晶器件作为纯相位空间光调制器的理论研究^[11], 定量地给出了液晶作为纯相位调制器的适用条件, 从而拉开了液晶作为纯相位调制器的研究序幕。在液晶相控阵列光栅的应用方面, 2006~2007 年, BNS 公司分别推出了一维和二维液晶相控阵列。一维液晶相控阵独立可控阵元数目为 12 288 个, 调制器孔径为 19.66 mm×19.66 mm, 衍射效率可达 80%~95%, 偏转角度范围为 ±4°~7°, 液晶响应时间是 5~30 ms, 激光波长从 635 nm 到 1.55 μm^[12]; 二维的液晶相控阵独立可控阵元数目为 262 144 个, 有效孔径为 7.68 mm×7.68 mm, 支持的激光波长为 532, 635, 785, 1 064, 1 550 nm^[13]。

张翠玉等在二元光学理论的基础上, 结合波动光学理论和液晶指向矢的计算提出一种新的二元光学液晶闪耀光栅设计^[14]。对液晶光栅电极施加阶梯分布的电压使之形成相位阶梯形分布, 并推导出液晶闪耀光栅的衍射效率公式。

液晶光栅设计的理论基础是液晶分子对光的双折射效应, 指向矢的分布情况决定着液晶光栅的各项性能。有关液晶指向矢分布的理论计算在液晶光栅的研究中处于重要地位。

王俐等通过采用差分迭代法对平行排列及 90°扭曲排列液晶指向矢进行计算^[15], 得到了其迭代公式, 并且给出了不同电压下指向矢倾角随盒厚的分布。针对更加复杂的 HAN 型排列, 张志东、邵喜斌等概述了 HAN 型和并行型电控双折射模式的弹性理论^[16], 以 HAN 型盒为例, 推导计算了指向矢分布的解析公式, 并给出计算电控双折射和延迟量的公式。给出了关于 HAN 型盒和并行型盒的数值计算结果, 并讨论了弱锚定边界条件对指向矢分布和延迟量的影响。

虽然有关液晶光栅的指向矢分布计算在各种排列方式以及数值计算方法上已有了很深入的研究, 但基本还是采用单电极电压步进法对指向矢一维分布情况经行理论计算, 即通过单电极步进电压得到液晶分子指向矢在不同单电极电压下随液晶盒厚方向的变化情况。忽略了电场边缘效应等很多由于栅电极排布而产生的实际影响指向矢分布的因素。考虑了电场的边缘效应和液晶分子间相互作用等因素的指向矢二维分布, 即液晶分

子在多电极共同作用下的指向矢随电极平行方向和盒厚方向的变化情况。指向矢二维分布仿真模拟有着重要的意义, 有关计算仿真结果是研究光学处理、衍射光学、激光束方位的探测和跟瞄、大气湍流的校正等领域的基础。

本论文的研究弥补了有关计算和仿真液晶闪耀光栅中的指向矢二维分布情况的不足。在仿真中考虑了电场的边缘效应和液晶分子间相互作用等因素使得仿真结果更加接近于实际情况, 对于实际器件的设计也有指导意义。由于本论文所仿真的是具有二元光栅结构的液晶闪耀光栅, 它可以通过调节所加电压使某一级次衍射光的衍射效率达到最大, 通过改变周期单元内的电极个数改变光栅常数以改变衍射角度。

2 液晶的连续弹性体理论模型

本论文在连续弹性体理论的基础上采用差分迭代数值分析方法对液晶分子指向矢在外加周期电压下液晶盒内的分布进行仿真模拟。

根据液晶的吉布斯自由能方程的一维形式(强锚定情况)^[17]:

$$W_G = \int_0^d F_G dz = \int_0^d (F_S - F_e) dz \quad (1)$$

外加电场时的吉布斯自由能密度表达为^[16]:

$$f(r) = \frac{1}{2} [k_{11} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + k_{22} (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + \dots k_{33} (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2] - \frac{1}{2} \Delta \epsilon (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})^2 \quad (2)$$

式中, K_{11} 、 K_{22} 、 K_{33} 分别为液晶的展曲、扭曲和弯曲弹性系数, $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 分别为电位移矢量和电场矢量, 且有: $\mathbf{E} = -\nabla U / \epsilon$, $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, 式中 U 为电位, ϵ 为液晶的介电张量, $\epsilon_{ij} = \epsilon_{\perp} \delta_{ij} + \Delta \epsilon n_i n_j$, $\Delta \epsilon = \epsilon_{//} - \epsilon_{\perp}$, $\mathbf{n}$ 为液晶指向矢, 采用向量形式表示为: $\mathbf{n} =$

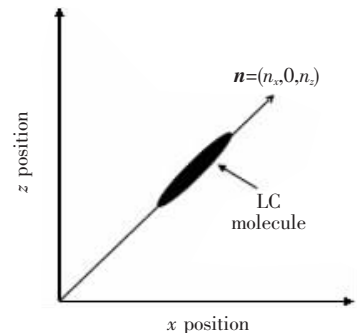


图 1 电场中液晶分子的指向矢

Fig. 1 Director of LC molecules in the electric field

$(n_x, 0, n_z)^{[18]}$ 。如图 1 所示,其中 x 方向为电极平面方向(摩擦取向方向), z 方向为液晶厚度方向。在液晶盒上加电场后,增加了电场能,液晶分子的分布发生了重新排列,达到新的平衡状态,使

$$\begin{cases} [f_G]_\varphi = \frac{\partial f_G}{\partial \varphi} - \sum_{j=x,y,z} \frac{d}{dj} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{d\varphi}{dj} \right)} \right] = \frac{\partial f_G}{\partial \varphi} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)} \right] - \frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)} \right] \\ [f_G]_{n_i} = \frac{\partial f_G}{\partial n_i} - \sum_{j=x,y,z} \frac{d}{dj} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{dn_i}{dj} \right)} \right] = \frac{\partial f_G}{\partial n_i} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{dn_i}{dx} \right)} \right] - \frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f_G}{\partial \left(\frac{dn_i}{dz} \right)} \right] \end{cases} \quad (3)$$

求解(3)可得到指向矢分布。在求解上述欧拉方程组时,不考虑弯曲形变,选用差分代替微分进行数值计算^[19],其具体的差分代替表达式(4),其中 A 代表电位 v 或指向矢分量 n_i , $i=x, z$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} &\approx \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2dz}, \frac{\partial A}{\partial x} \approx \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2dx} \\ \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial z} &\approx \frac{A_{i+1,j+1} + A_{i-1,j-1} - A_{i+1,j-1} - A_{i-1,j+1}}{4dx dz} \\ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} &\approx \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{(dx)^2} \\ \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} &\approx \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{(dz)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

3 液晶指向矢二维分布的数值计算与仿真

有了上述理论模型,就可以使用 Matlab 软件对它进行数值计算与仿真。本论文选取型号为 YM8 的液晶进行仿真,材料参量中 3 个弹性系数和 2 个介电常数分别为: $k_{11} = 1.37 \times 10^{-12}$ N、 $k_{22} = 7.0 \times 10^{-12}$ N、 $k_{33} = 1.68 \times 10^{-12}$ N; $\epsilon_{//} = 3.1860 \times 10^{-12}$ 、 $\epsilon_{\perp} = 9.1155 \times 10^{-12}$ 。选取盒厚为 $9 \mu\text{m}$ 的液晶盒,液晶盒下极板电压为 0 V ,上级板为栅电极,电极宽度为 $5 \mu\text{m}$,电极之间的空隙为 $1 \mu\text{m}$,仿真氦氖激光器入射光,波长为 633 nm 。

在设置栅条电极时,考虑到已有一维情况的光程差随电压变化的曲线,如图 2。可以通过插值算法,计算出使光程差或者相位等差阶梯排列时所对应的电压值,并将此电压值用于二维情况的周期栅条电压的设置。如图 3 为相位差随电压变化的曲线。虽然图中相位随电压变化陡峭的部分也可以实现 $0 \sim 2\pi$ 的相位调制,但是由于变化过于陡峭,很小的电压值变化都可以使相位产生

此时的吉布斯自由能最小。根据液晶连续体弹性形变理论和变分原理,对吉布斯自由能密度取变分,并令变分为零,得到关于指向矢和电位的欧拉方程组(3)^[17]。

剧烈变化,不利于电压对输入光相位的精确调制。因此本论文选取相位随电压变化缓慢的部分插值得到对应电压值,使其相位可以达到 $0 \sim 2\pi$ 内的调制,运用样条插值计算得到使相位差为 $2\pi/5$, $4\pi/5$, $6\pi/5$, $8\pi/5$, $10\pi/5$, 所对应的 5 个电压值为: 0.9746 , 1.1592 , 1.4947 , 2.1726 , 4.0723 V 。

将一维曲线上插值所得到的 5 个栅电极作为一个周期。由于所仿真的液晶光栅是具有 2000

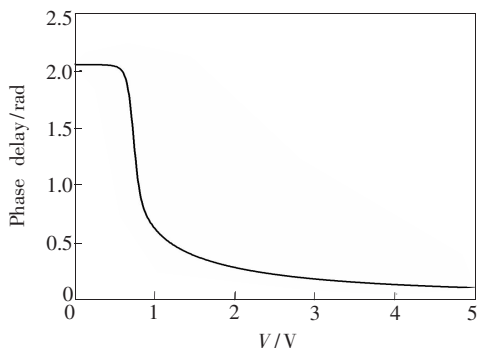


图 2 一维情况光程差随电压变化的曲线

Fig. 2 Optical path difference versus voltage calibration curves in 1-dimension

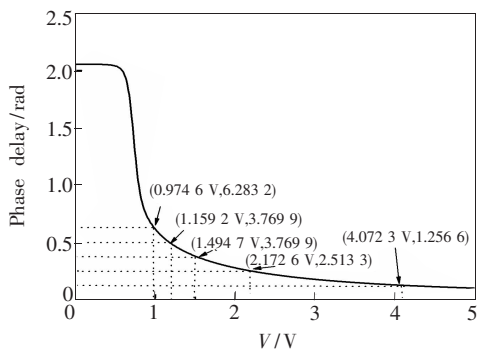


图 3 通过样条插值得到的能使相位在 2π 内等差阶梯分布的电压值

Fig. 3 Voltage to enable the phase arithmetic distribution in 2π with spline method

多根电极的光学阵列器件,在计算时把左右边界当作无穷处理,采用循环周期边界计算。初始条件为:液晶分子的预倾角为 2° ,上极板栅电极一个电压周期的电压依次为 0.974 6, 1.159 2, 1.494 7, 2.172 6, 4.072 3 V, 栅电极缝隙电压线性分布,上下栅电极间电压线性分布。考虑电场边缘效应(即电极间空隙部分的电压分布和液晶指向矢分布的相互影响等因素也参与迭代计算),设置精度为 10^{-6} (当两次迭代之间的每一个格点上的值相对变化均小于 10^{-6})。取 10 条等电位线的电位分布以及在此电场中液晶分子指向矢偏转的分布情况如图 4,图中小箭头代表液晶分子指向矢,曲线表示液晶盒内电位分布的等势线。

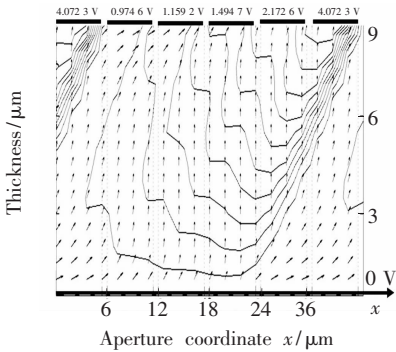


图 4 液晶分子指向矢在电场中的偏转情况

Fig. 4 Tilt of LC molecule directors in the electric field

可以看出,电压越高,液晶指向矢偏转角度越大,但是液晶分子偏转最大的区域并不是出现在 4.072 3 V 电极处而是出现在 1.494 7 V 到 2.172 6 V 极板之间,这是由于下一周期的 0.974 6 V 电极对此周期内的液晶分子的电场边缘效应影响;考虑电场边缘效应后,电位线不再呈现初始设置时的均匀线性分布,而是产生了电场的畸变;由于加入电场能,液晶的吉布斯自由能重新达到最小,液晶分子也打破初始状态的预倾角 2° 的向列排布,进行了重新分布。

4 液晶分子的电控双折射特性

与光轴方向成 θ 角的光经过液晶产生双折射,光矢量分解成 o 光和 e 光,它们的光矢量分别沿光轴方向和垂直于光轴方向。e 光和 o 光传播速度的差异使两束光经过晶片之后产生了一定的光程差,从而通过电场控制光程差大小来调制出射光的相位延迟。设晶片的厚度为 d ,在晶片中的

光的光程为 $n_o d$, e 光的光程为 $n_e d$, 则两者之间的光程差 Δ 为:

$$\Delta = |n_e - n_o| d \quad (5)$$

计算液晶盒的光程差时,整个液晶盒厚度范围引起的光程差 Δ 为:

$$\Delta = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \Delta n dx \quad (6)$$

将积分离散化,就得到了迭代计算的数值求解方法^[17]:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-1} (n_e(\delta_i) - n_o) h \quad (7)$$

光线垂直于下极板入射,则入射光线与液晶分子的夹角为 θ ,液晶分子的倾角即液晶分子与下极板之间的夹角为 δ ,可知 $\theta = 90^\circ - \delta$ 。在进行数值仿真时,设置盒厚为 $9 \mu\text{m}$,使用 YM8 型号液晶($n_o = 1.525$, $n_e = 1.755$),仿真氦氖激光器入射光,波长为 633 nm。由于本论文第三节已经得到了液晶分子指向矢二维情况的数值仿真结果。将入射光线通过外加电场后的指向矢二维分布结构,并计算光程差,便可得到液晶盒对光线所附加的光程差。本论文期望在光栅电极上加上适当的周期性电压,使整个液晶光栅形成如图 5 所示相位 φ 的周期性分布的二元光栅结构,从而实现闪耀光栅功能。纵轴代表出射光线与入射光线相位差 φ ,横轴代表电极平面方向 x 。相位差台阶表示是理想的二元光栅结构的光栅,当台阶数增加时趋近于虚线所表示的锯齿形分布的闪耀光栅结构。由于一维情况采用的是单电极电压步进方法计算指向矢偏转,没有考虑到电场边缘效应等影响。将一维插值得到的栅电极电压值 0.974 6, 1.159 2, 1.494 7, 2.172 6, 4.072 3 V 运用到二维情况所得光程差如图 6。从图中可以看出,插值所得栅电极电压并不能使所仿真的液晶盒的二维光程差分布达到二元光栅的效果,因此就需要对所加电场进行调整。经过定量调整电压后的栅条电极电压值依次为 1.85, 1.99, 2.20, 2.70,

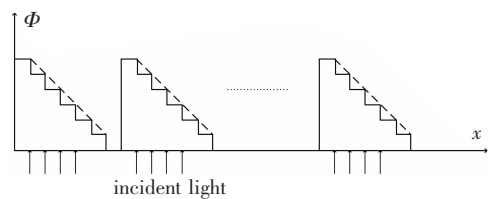


图 5 二元光栅结构

Fig. 5 Binary phase grating

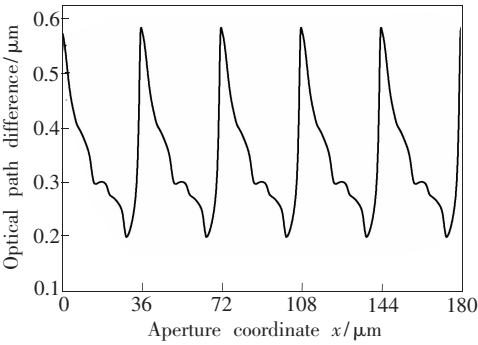


图 6 将插值结果运用于二维情况所得光程差分布
Fig. 6 Two-dimensional optical path difference distribution by the result of spline method

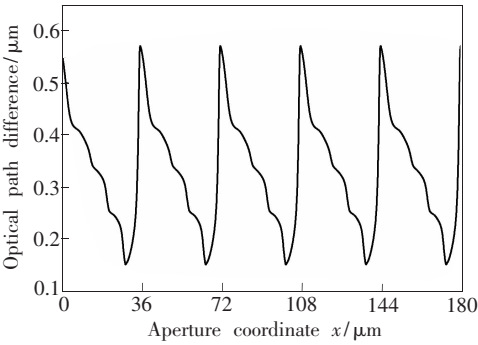


图 7 经过定量调整后的光程差分布
Fig. 7 Optical path difference distribution after adjustment

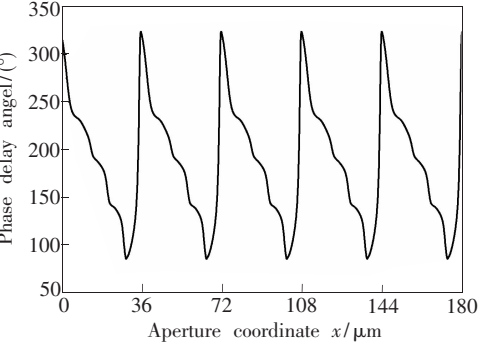


图 8 经过定量调整后的相位分布
Fig. 8 Phase delay distribution after adjustment

4.00 V，所得到在此栅电极电压下的光程差分布如图 7，以及相位延迟分布如图 8。从图中可以看出，此时的光程差已经基本呈现二元光栅结构的光程差台阶分布。

5 实验与讨论

在室温 20 ℃，对盒厚为 9 μm、采用型号为 C70(烟台万润精细化工)的正性向列型液晶，以

沿面平行排列方式制成液晶相位可变延迟器，采用四分之一波片法对上述相位延迟量进行了测量，并做出了相位延迟随电压的变化关系曲线，如图 9 所示。其中实线为一维条件下的计算结果，圆点为实测结果^[20]。

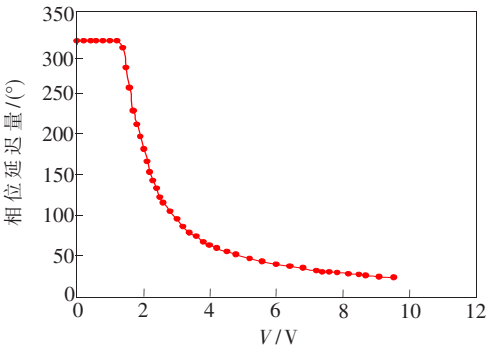


图 9 相位延迟量随电压的变化曲线
Fig. 9 Phase delay amount versus the voltage curves

由图可知，电压在 0~1.5 V 时，液晶相位可变延迟器相位延迟量的变化很小，电压大于 1.5 V 后，相位延迟量急剧变化，这说明液晶的阈值电压约为 1.5 V。

电压在 1.5~5 V 时，随着电压的增大，液晶相位可变延迟器的相位延迟量呈现快速减小的趋势，说明在这个电压区间，液晶的双折射率差急剧减小。

电压大于 1.5 V 后，相位延迟量随电压的变化非常缓慢，曲线趋于平缓，最终达到一个最小值。

在外电场作用下，沿面排列方式液晶相位可变延迟器的相位延迟量随着电压的增大呈减小趋势。对应于入射光波长 633 nm，此液晶相位可变延迟器相位延迟的调节范围为 24~313°。通过曲

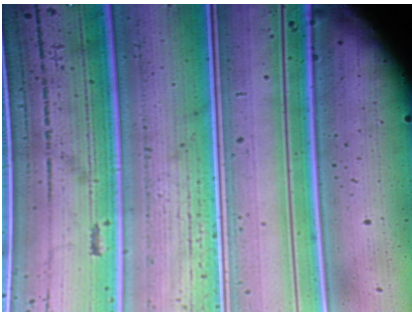


图 10 液晶闪耀光栅在正交偏光下的显微照片
Fig. 10 LC blazed grating photomicrograph under the Orthogonal polarization

线可以读出 1.85, 1.99, 2.20, 2.70, 4.00 V 对应的相位延迟量依次为 310° , 220° , 160° , 130° , 80° , 与仿真结果图 8 在此电压值下所维持的相位台阶所对应的相位延迟量基本符合。

运用上述设计的周期电场分布的液晶闪耀光栅在正交偏光下的显微照片如图 10。光栅周期为 25 μm , 电极宽度为 3 μm , 电极之间的缝隙为 2 μm 。

照片上干涉颜色在横向的渐变分布表达了光程按照图 8 所加电压梯度分布。

6 结 论

从连续弹性体理论出发, 在理论上对二维情况下液晶分子的指向矢、折射率与电压分布之间关系的计算, 建立了数值计算的理论模型, 并且通

过差分迭代法化简了理论公式, 运用 Matlab 软件进行数值计算仿真。比照型号为 YM8 的液晶进行数值参数设置, 成功仿真出了此种型号液晶在周期电场中的指向矢二维分布。采用在已有一维情况液晶盒光程差随电压变化曲线上进行样条插值以及定性调整等修正方法, 得到了经过校正后的光程差分布, 其曲线近似所需要的二元光栅结构效果。然后经过对型号为 C70/02CN 的正性向列型液晶、沿面排列方式液晶相位可变延迟器相位延迟量进行了测量, 得到了沿面排列方式液晶相位可变延迟器相位延迟随电压的变化曲线和液晶闪耀光栅在正交偏光下的显微照片。证明了仿真结果电压, 可以对光线进行调制, 并使光程差或相位差呈现二元光栅结构的光程差台阶分布。

参 考 文 献:

- [1] 黄子强, 张翠玉, 陈晓西, 等. 液晶二元光栅用于激光方位探测与跟瞄 [J]. 红外与激光工程, 2008, 37(增): 307-311.
- [2] Konforti N, Marom E, Wu S T. Phase only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators [J]. *Opt. Lett.*, 1988, 13(3): 251-253.
- [3] Andy Y G, Tsai M S, Huang L J, *et al.* Optically switchable gratings based on polymer-dispersed liquid crystal films doped with a guest-host dye [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, 74(18): 2572-2574.
- [4] 范志新, 杨宇婴, 高攀, 等. 应变液晶调光玻璃显示 [J]. 液晶与显示, 2012, 27(5): 618-621.
- [5] 张兴, 郑成武, 李宁, 等. 液晶材料与 3D 显示 [J]. 液晶与显示, 2012, 27(4): 448-455.
- [6] Klosowica S J, Skikruszelnicki E N. PDLC diffraction grating [J]. *Proc. SPIE*, 1994, 2372: 367-371.
- [7] Sutherland R L, Tondiglia V P, Natarajan L V, *et al.* Electrically switchable volume gratings in polymer dispersed liquid crystals [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1994, 64(9): 1074-1076.
- [8] Sutherland R L, Tondiglia V P, Natarajan L V. Evolution of anisotropic reflection gratings formed in holographic polymer dispersed liquid crystals [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2001, 79(10): 1420-1422.
- [9] Zhan H, Toshiaki N, Susumu S. Diffraction and polarization properties of a liquid crystal grating [J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1996, 35(6A): 3529-3530.
- [10] 兰民, 任常愚. 向列相液晶中高衍射图像的特性 [J]. 液晶与显示, 2011, 26(4): 443-447.
- [11] Konforti N, Marom E, Wu S T. Phase only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators [J]. *Opt. Lett.*, 1988, 13(3): 251-253.
- [12] Boulder Nonlinear Systems Inc. Beam steering using liquid crystals [R]. US: BNS Technical White Paper, 2001: 1-4.
- [13] Boulder Nonlinear Systems Inc. Spatial light modulators 1×12288 linear series [R]. US: BNS Technical White Paper, 2006: 1-4.
- [14] 张翠玉, 黄子强. 二元光学液晶闪耀光栅的特性分析 [J]. 光学学报, 2008, 28(7): 1231-1235.
- [15] 王俐, 卢亚雄, 黄子强, 等. 电控平行排列液晶光栅的光衍射特性研究 [J]. 现代显示, 2006, 12(70): 57-61.
- [16] 张志东, 邵喜斌, 梁兆颜, 等. 电控双折射盒中指向矢分布的计算 [J]. 液晶与显示, 1997, 12(2): 91-99.
- [17] 黄子强. 液晶显示基础 [M]. 北京: 国家工业出版社, 2006.
- [18] 张健, 徐林, 吴丽莹, 等. 液晶光学相控阵可编程光束偏转研究 [J]. 光子学报, 2008, 37(8): 1597-1501.
- [19] 王谦, 何赛灵. 液晶指向矢分布的模拟和比较研究 [J]. 物理学报, 2001, 50(5): 926-932.
- [20] 白林灵. 外场下液晶波片位相延迟量的研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2011.