

文章编号:1007-2780(2019)11-1104-11

本征图像分解的稀疏表示彩色图像去噪算法

谢 斌^{1,2 *}, 黄 安¹, 黄 辉¹

(1.江西理工大学 信息工程学院,江西 赣州 341000;

2.深圳大学 信息工程学院,广东 深圳 518060)

摘要:为解决传统彩色图像去噪算法容易出现细节模糊、伪色彩及去噪效果不佳等问题,文中提出了一种基于本征图像分解的稀疏表示彩色图像去噪算法。利用本征图像分解良好的色彩保持和细节恢复等优点,将含噪彩色图像分解成反映图像真实颜色特征的反射率部分和反映图像亮度特征的光照率部分。一方面,反射率部分仅含有部分孤立噪声点且是具有分段平滑特性的彩色图像,因此文中采用在去除彩色图像轻度污染方面表现良好的基于稀疏表示的彩色图像去噪算法对其进行处理。另一方面,光照率部分包含了主要噪声成分且是具有较强稀疏性的灰度图像,因此文中采用能够保持图像细节的非局部集中稀疏表示灰度图像去噪算法对其进行处理。为了有效地求解所提算法,文中结合正交匹配追踪法和软阈值法设计了一种新的数值解法。数值实验结果表明,新算法明显优于经典的彩色图像去噪算法。以 256×256 的 Boat 图像为例,在噪声方差等于 20 时,新算法的 PSNR 值比 K-SVD 算法和 NCSR 算法分别提高了 1.7 dB 和 0.67 dB,SSIM 值比 K-SVD 方法和 NCSR 算法分别提高了 0.11 和 0.09。文中所提算法在提高彩色图像去噪效果的同时能够有效地保留图像细节,在视觉效果和客观评价指标等方面均优于传统的 ROF 算法、K-SVD 算法和 NCSR 算法。

关键词:彩色图像;图像去噪;本征图像分解;稀疏表示;非局部集中

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20193411.1104

Color image denoising algorithm based on intrinsic image decomposition and sparse representation

XIE Bin^{1,2 *}, HUANG An¹, HUANG Hui¹(1.College of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology,
Ganzhou 341000, China;

2. College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

Abstract: In order to solve the problems of traditional color image denoising algorithm, such as detail blur, false color and poor denoising effect, a sparse representation color image denoising algorithm based on intrinsic decomposition is proposed. By utilizing the intrinsic image decomposition advantages of good color retention and detail recovery, the noisy color image is decomposed into reflectance and shading which reflect the true color feature of the image and the image brightness feature, respectively.

收稿日期:2019-05-23; **修订日期:**2019-08-20.

基金项目:国家自然科学基金(No.61741109);江西省教育厅科学技术研究项目(No.GJJ180441)

Supported by National Natural Science Foundation of China(No.61741109); Science and Technology Research Project of Jiangxi Provincial Education Department(No.GJJ180441)

* 通信联系人, E-mail: xiebin-66@163.com

On the one hand, the reflectance is a color image that only contains some isolated noise points with segmentation smoothing characteristics. Therefore, the color image denoising algorithm based on sparse representation which performs well in removing the light pollution of color images is processed. On the other hand, the shading is a grayscale image with strong sparsity which contains the main noise component. Accordingly, the non-local concentrated sparse representation gray image denoising algorithm (NCSR) which can maintain the image details is processed. At the aim of computing the proposed algorithm effectively, a new numerical solution is designed by combining orthogonal matching pursuit algorithm and soft threshold algorithm. The numerical experiments show that the new algorithm is superior to the classical color image denoising algorithm. Taking the 256×256 Boat image as an example, when the noise variance is 20, the PSNR of the new algorithm is 1.7 dB and 0.67 dB higher than the K-SVD algorithm and the NCSR algorithm, respectively. And the SSIM were improved by 0.11 and 0.09 compared with K-SVD and NCSR, respectively. The numerical experiments indicate that the proposed algorithm can preserve the image details availably while improving the denoising effect of color images. It is superior to the traditional ROF algorithm, K-SVD algorithm and NCSR algorithm in terms of visual effects and objective evaluation indicators.

Key words: color image; image denoising; intrinsic image decomposition; sparse representation; non-local concentration

1 引 言

随着现代科技的高速发展,数据的存储与传输能力得到显著提高,人们对高质量图像的需求不断提升。图像在采集、传输以及存储过程中通常会不可避免地受到各种噪声的干扰,从而导致图像质量的下降。因此,图像去噪是数字图像处理中最常见的也是极其重要的一个问题。传统的图像去噪算法大多针对灰度图像,而现实生活中彩色图像更为常见。因此,对彩色图像的去噪处理更具现实意义。

针对灰度图像去噪问题,文献[1]提出了一种基于滤波技术的去噪算法,该类算法可分为空间域滤波和变换域滤波。空间域滤波在图像空间中借助模板直接对每个像素值进行操作,而变换域滤波将图像从空间域转换到变换域,间接地处理各像素值后再转换回空间域。上述基于滤波的去噪算法虽然简单易行,但是因噪声与图像信号的频谱有可能发生重叠,而导致此类算法的去噪效果不理想。为了提高图像去噪效果,文献[2]中,Rudin 等人提出了一种经典的全变分正则化去噪算法,即 ROF 算法。该算法将图像去噪问题转化为泛函极值的求解,在去噪的同时能够很好地保持图像的边缘。然而,该算法所属的有界变差

函数空间(BV 函数空间)具有分段光滑特性,容易导致去噪后的图像出现“阶梯效应”。为此,Lysaker 等人提出了二阶微分正则化模型(LLT 模型)。由于二阶微分在去噪过程中能够对图像进行渐变平滑,从而能够较好地抑制“阶梯效应”,但是二阶微分非常容易模糊图像的边缘^[3]。为了克服上述问题,文献[4]结合 ROF 模型和 LLT 模型的优点,提出了一种基于一阶微分和高阶微分的混合模型。虽然该模型在抑制“阶梯效应”的同时能够保持去噪图像的边缘信息,但是其复杂度相对较高。近年来,由于具有过完备性和稀疏性等特征,基于稀疏正则的去噪算法得到了广大学者的关注。Elad 等人提出了一种稀疏表示去噪算法,该算法充分利用了稀疏表示的优势,即在去噪的同时能很好地保留图像的边缘部分^[5]。但是该算法仅适用于去除轻度污染的含噪图像,在噪声污染较严重的情况下,其图像去噪效果并不十分理想。为了进一步提升去噪效果,文献[6]提出了一种非局部集中的稀疏表示(Nocally Centralized Sparse Representation, NCSR)算法,充分利用了图像的非局部自相似性,在噪声污染较严重时仍能取得较好的去噪效果。

对于彩色图像的去噪问题,多数算法直接将灰度图像去噪算法应用于彩色图像的不同颜色通道中。例如,文献[7]将彩色图像的 R、G、B

三个分量视为 3 幅灰度图像,并直接利用灰度图像去噪算法对它们进行处理。虽然灰度图像去噪算法相对成熟,但由于彩色图像的 RGB 分量之间有很强的相关性,对其分别进行去噪处理再合成的结果图像非常容易出现细节模糊和伪色彩,从而降低去噪后彩色图像的整体质量。为了解决这一问题,文献[8]使用 CBC-TV 法(Channel By Channel Total Variation)将全变分模型耦合到颜色通道中进行彩色图像去噪。由于该算法在不同颜色通道内使用相同的系数且采用全局耦合的方式,无法具体地描述图像局部结构特征从而容易导致图像细节部分的丢失。为此,文献[9]提出了一种基于稀疏表示的彩色图像去噪方法。该方法利用冗余的过完备字典对图像进行稀疏表示,能够有效地捕捉图像的结构特征,非常适用于平滑区较多的彩色图像去噪。但是,该方法对含有较多细节的彩色图像其去噪效果欠佳。

因此,为了在提高彩色图像去噪效果的同时更多地保留图像的细节部分,文中提出了一种基于本征图像分解的稀疏表示彩色图像去噪新算法。本征图像分解能够将彩色含噪图像分解成反射率部分和光照率部分。其中,反射率部分描述了图像的真实颜色信息,光照率部分描述了图像的明暗和亮度信息^[10]。文中对彩色含噪图像进行本征图像分解后发现,其反射率部分为仅含孤立噪点且具有分段平滑特性的彩色图像,而光照率部分为包含主要噪声成分且具有较强稀疏性的灰度图像。因此,针对这两个部分的不同特点,文中对含有少量孤立噪点的含噪反射率部分,采用去除轻度噪声效果较好的稀疏表示彩色图像去噪算法,而对于被噪声污染较严重的光照率部分则采用能够有效保留图像细节的非局部集中稀疏表示灰度图像去噪算法进行处理。另外,文中结合正交匹配追踪算法、K-SVD(K-Singular Value Decomposition)算法和软阈值算法设计了一种新的数值解法,有效地求解了所提算法。实验结果表明,与传统的彩色图像去噪算法比较,新算法的去噪效果在主观视觉和客观定量指标上都得到了明显的提高,图像质量也得到了较好的改善。

2 相关工作介绍

2.1 本征图像分解

假设物体表面的颜色是由光源的位置、亮度、颜色和物体本身的材质、形状以及观察者的位置等属性决定的。Barrow 等人^[10]提出:一幅图像可以由反射率部分(Reflectance)和光照率部分(Shading)构成。其中,反射率部分体现物体对入射光的反射特性,是一幅反映物体真实颜色且具有分段平滑特性的彩色图像;光照率部分描述环境中的光照信息,是一幅反映物体表面明暗和亮度信息且包含了图像的主要细节部分的灰度图像。

假设物体表面满足 Lambertian 特性,环境光照为唯一光源,则本征图像分解过程可以表示为

$$\mathbf{I} = \mathbf{s}\mathbf{R}, \quad (1)$$

式(1)中, $\mathbf{I}$ 是输入的彩色图像, $\mathbf{s}$ 表示光照率部分(灰度图像), $\mathbf{R}$ 为反射率部分(彩色图像)。对于任意像素点 $i \in I$,分别用 $\mathbf{I}_i = (\mathbf{I}_{ir}, \mathbf{I}_{ig}, \mathbf{I}_{ib})$ 、 $\mathbf{R}_i = (\mathbf{R}_{ir}, \mathbf{R}_{ig}, \mathbf{R}_{ib})$ 和 s_i 表示该像素点的像素值、反射率值和光照率值,则满足 $\mathbf{I}_i = s_i \mathbf{R}_i$ 。

在图像的局部窗口中,像素值的变化通常由反射率的变化引起,也就是说,具有相似强度的像素拥有相似的反射率值^[11]。因此图像中任意像素点的反射率可由其邻域内其它像素点的反射率加权求和来表示,即 $\mathbf{R}_i = \sum_{j \in N(i)} w_{ij} \mathbf{R}_j$ 。其中,权值 w_{ij} 定义为像素点 i 和 j 的反射率相似度,它通常由图像所表现出的强度 Y 决定,即

$$w_{ij} = e^{-\frac{\langle \tilde{\mathbf{I}}_i, \tilde{\mathbf{I}}_j \rangle / \delta_{iT}^2 + (Y_i - Y_j)^2 / \delta_{iY}^2}{2}}, \quad (2)$$

式(2)中: $\langle \tilde{\mathbf{I}}_i, \tilde{\mathbf{I}}_j \rangle$ 表示向量 $\tilde{\mathbf{I}}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_j$ 之间的夹角, $\tilde{\mathbf{I}}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_j$ 分别是像素 i 和 j 单位化后得到的矢量,即

$$\langle \tilde{\mathbf{I}}_i, \tilde{\mathbf{I}}_j \rangle = \arccos(\tilde{\mathbf{I}}_i \tilde{\mathbf{I}}_j) = \arccos(\tilde{\mathbf{I}}_{ir} \tilde{\mathbf{I}}_{jr} + \tilde{\mathbf{I}}_{ig} \tilde{\mathbf{I}}_{jg} + \tilde{\mathbf{I}}_{ib} \tilde{\mathbf{I}}_{jb}), \quad (3)$$

另外,式(2)中的 Y_i 表示像素点 i 的强度, δ_{iT}^2 表示像素点 i 的邻域内所有像素点强度值的方差, δ_{iT}^2 表示像素点 i 与其邻域内其他像素点夹角的方差, δ_{iY}^2 表示像素点 i 的邻域内所有像素点的强度值 Y 的方差。

根据上述理论,文献[11]提出了本征图像分解模型的能量函数,即

$$(\mathbf{R}', \mathbf{s}') = \underset{\mathbf{R}, \mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i \in I} (\mathbf{R}_i - \sum_{j \in N(i)} w_{ij} \mathbf{R}_j)^2 + \sum_{i \in I} (\mathbf{I}_i / \mathbf{s}_i - \mathbf{R}_i)^2, \forall i \in I, 0 \leq \mathbf{R}_{ir}, \mathbf{R}_{ig}, \mathbf{R}_{ib} \leq 1, \quad (4)$$

式(4)中, $N(i)$ 表示像素点 i 的邻域, $\mathbf{R}'$ 和 $\mathbf{s}'$ 分别是优化后的反射率和光照率。由式(4)可知,在最小化过程中,第一项可以使得任意像素点 i 的反射率近似地满足 $\mathbf{R}_i = \sum_{j \in N(i)} w_{ij} \mathbf{R}_j$, 而第二项可以使得任意像素点 i 的光照率近似地满足 $\mathbf{I}_i / \mathbf{s}_i = \mathbf{R}_i$ 。

图 1 所示是本征图像分解示意图。图 1(a) 为 lena 彩色图像,图 1(b) 和 (c) 分别为图 1(a) 经过本征图像分解后的反射率部分和光照率部分。图 1(d) 为 lena 含噪图(噪声强度为 20),图 1(e) 和 (f) 分别为图 1(d) 经过本征图像分解后的反射率部分和光照率部分。

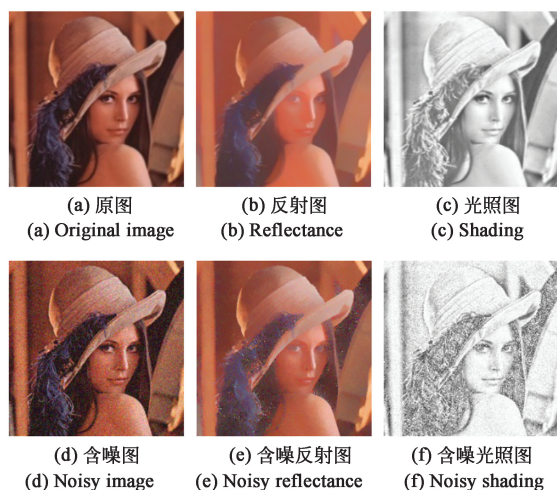


图 1 本征图像分解示意图

Fig.1 Intrinsic image decomposition diagram

由图 1(a)~(c) 可以看出,将彩色图像进行本征图像分解后得到的反射率部分是一幅由分段平滑区域构成且包含丰富颜色信息的彩色图像(简称反射图),而光照率部分是一幅包含图像主要细节信息的灰度图像(简称光照图)。另外,由图 1(d)~(f) 可以看出,一幅含噪彩色图像的噪声成分主要存在于光照图中,而反射图中仅含少量的孤立噪声点。鉴于含噪彩色图像的反射图和光照图的不同特点,文中采用不同的策略分别对二者进行去噪处理,以期提高整个彩色含噪图像

的去噪效果。

2.2 稀疏表示理论

近年来,稀疏性已成为自然图像最重要的特性之一,稀疏表示在图像处理的诸多方面得到了广泛的应用^[5-6,12-13]。基于稀疏表示的图像恢复主要利用超完备字典的冗余性对待恢复图像进行稀疏表示并建立相关恢复模型,再通过计算模型的稀疏解完成对图像信号的重建。

对于一个给定的图像信号 $x \in \mathbf{R}^n$, 可以用一个过完备字典 $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_k] \in \mathbf{R}^{n \times K}$ 中元素的线性组合表示,即

$$x = \mathbf{D}\alpha, \quad (5)$$

式(5)中, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k]^T \in \mathbf{R}^K$ 是图像的稀疏矩阵, K 为字典原子的数目且满足 $K > N$ (过完备字典中列大于行),基于过完备字典的图像稀疏问题可表示为

$$\min \|\alpha\|_0, s.t. x = \mathbf{D}\alpha. \quad (6)$$

因为式(6)中的字典 $\mathbf{D}$ 是过完备的,所以该模型有无数解,通常需要增加约束项来得到模型的解。为此,Elad 等人^[5]将基于稀疏表示的图像恢复模型表示为

$$\min_x \frac{1}{2} \|x - \mathbf{D}\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_0, \quad (7)$$

式(7)中, $\|\alpha\|_0$ 为正则项,表示稀疏系数 α 中所含非零元素的个数,当 α 满足 $\|\alpha\|_0 < \delta/2$ 时(存在最小值 δ 使得字典 $\mathbf{D}$ 中原子线性相关), x 的稀疏表示 $\alpha \in \mathbf{R}^K$ 就是唯一的。 $\lambda > 0$ 为正则项参数,用于平衡信号 x 的稀疏性和稀疏表示误差。相对于模型(6),模型(7)中加入的正则约束项,其实质是在原不适定问题(6)的基础上增加了先验知识,如此可以使得模型(7)存在确定解。

由于可以灵活、简洁和自适应地表示信号,稀疏表示理论已经成功地应用于图像恢复的各个领域,在灰度图像和彩色图像去噪方面人们也做了大量工作^[5-6,14]并取得了一定成效。因此,文中将稀疏表示的相关理论引入到基于本征图像分解的彩色图像去噪算法中,以期取得更好的效果。

3 新算法的导出

为了得到更好的去噪效果,文中结合本征图像分解和稀疏表示理论,提出了一种彩色图像去噪新算法。图 2 所示为新算法的流程示意图。

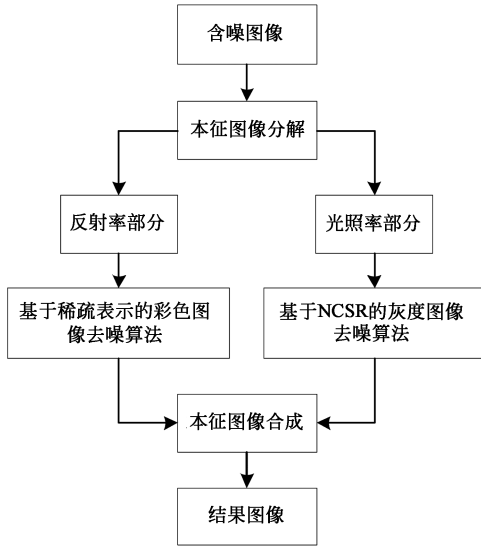


图 2 新算法图像去噪流程示意图

Fig.2 New algorithm image repair flow diagram

(1) 利用本征图像分解将彩色含噪图像 I 分解为含噪反射图 R 和含噪光照图 s ;

(2) 针对仅存在孤立噪声点且具有分段平滑特性的含噪反射图(彩色图像),采用去除轻度噪声表现较好的稀疏表示彩色图像去噪算法进行处理,得到去噪后的反射图 $\hat{R}$;

(3) 对于包含图像主要噪声成分和细节部分的含噪光照图(灰度图像),采用能够有效保留图像细节的非局部集中稀疏表示灰度图像去噪算法(简称 NCSR 算法)进行处理,得到去噪后的光照图 $\hat{s}$;

(4) 根据 $\hat{I} = \hat{s}\hat{R}$, 利用去噪后的反射图和光照图得到重构的结果图像 $\hat{I}$ (即去噪后的彩色图像)。

3.1 基于稀疏表示的彩色图像去噪模型

基于稀疏表示的彩色图像去噪算法通过一个给定的初始过完备字典对含噪彩色图像信号进行稀疏表示,然后使用相应的数值算法更新字典并用更新后的字典去更新稀疏表示系数。再利用这些更新后的字典和稀疏表示系数重建原始图像信号,以此得到去噪后的彩色图像。

假设大小为 $n \times M (n < M)$ 的过完备字典矩阵 D 由 M 个字典原子 d_{ij} 组成,大小为 $N \times N \times 3$ 的原始彩色反射图 R 可由字典原子 d_{ij} 的线性组合表示:

$$R = \sum_{i=1}^L \alpha_{ij} d_{ij} + L^{(M)}, \quad (8)$$

式(8)中 α_{ij} 为 R 在字典矩阵 D 上的稀疏表示系数,矩阵 $L^{(M)}$ 是经过 M 项逼近后的残差项,则基于稀疏表示的彩色图像去噪模型可以表示为:

$$\{\hat{\alpha}_{ij}, \hat{D}_{ij}, \hat{R}\} = \underset{\alpha_{ij}, D, X}{\operatorname{argmin}} \lambda \|Y - R\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|D \alpha_{ij} - L_{ij} R\|_2^2, \quad (9)$$

式(9)中, Y 是彩色含噪反射图, $\hat{R}$ 是反射图 R 的一个估计值, λ 和 μ_{ij} 为惩罚项参数, L_{ij} 表示从反射图 R 中提取的以像素点 (i, j) 为中心、大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n} \times 3$ 图像块 r_{ij} 的矩阵算子,即 $r_{ij} = L_{ij} R$ 。在此模型中,第一项为原始反射图和含噪反射图的总体相似度约束项;第二项表示图像的全局稀疏度约束;第三项表示重构图像块与已知图像块的总误差。

由于字典 D 的选择是稀疏表示图像恢复问题中的一大难点,传统方法涉及的字典如 DCT、小波和曲波字典不足以表征自然图像的复杂结构^[6]。而通过使用相应的数值算法从模型(9)的图像块中学习更新的字典可以更好地适应局部图像结构,从而提高图像恢复的效果^[6]。但是,将模型(9)应用于受噪声污染严重的彩色图像去噪时,字典在训练时对样本的描述误差相对较大,容易降低去噪效果。因此,该算法通常在图像受轻度污染时有较好的去噪效果^[16]。鉴于含噪图像经过本征图像分解后的反射图仅含有限的孤立噪声点,所以文中采用基于稀疏表示的彩色图像去噪算法来对其进行去噪处理,以此得到去噪后的反射图 $\hat{R}$ 。

3.2 基于非局部集中稀疏表示灰度图像去噪模型

当原始图像受到严重的噪声污染时,仅使用传统的局部稀疏约束不足以准确地重构图像信号^[6]。为了提高基于稀疏表示灰度图像去噪算法的性能,文献[6]引入了稀疏编码噪声的概念,使模型的求解目标从获取原始图像转换成如何抑制图像的稀疏编码噪声,并且利用图像的非局部自相似性获得原始图像稀疏编码系数的良好估计,使得含噪图像的稀疏编码系数集中逼近至原始图像稀疏编码系数的估计值,从而得到基于非局部集中的稀疏表示灰度图像去噪模型,即

$$\alpha_z = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \{ \|Z - D\alpha\|_2^2 + \lambda \sum_i \|\alpha_i - \beta_i\|_1 \}, \quad (10)$$

式(10)中, $\mathbf{Z}$ 是含噪光照图, $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times M}$ ($n < M$) 为过完备字典, λ 是正则项参数, 原始光照图 $\mathbf{s}$ 可通过计算 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{D} \hat{\mathbf{a}}_z$ 获得, $\hat{\mathbf{a}}_z$ 是原始光照图稀疏矩阵 $\mathbf{a}_z$ 的估计值。 $\|\mathbf{a}_i - \hat{\mathbf{a}}_i\|_1$ 为根据稀疏编码噪声 $\mathbf{v}_a = \mathbf{a}_z - \hat{\mathbf{a}}_i$ 得到的非局部集中稀疏项, 其中, $\mathbf{v}_a$ 服从拉普拉斯分布, $\hat{\mathbf{a}}_i$ 是 $\mathbf{a}_i$ 的合理估计值。将 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 定义为与图像块 $\mathbf{s}_i$ 的非局部相似块相关的稀疏编码加权平均值, 即

$$\hat{\mathbf{a}}_i = \sum_{q \in \Omega_i} \omega_{i,q} \mathbf{a}_{i,q}, \quad (11)$$

式(11)中, Ω_i 为任意图像块的非局部相似块的集合, $\mathbf{a}_{i,p}$ 为 Ω_i 内图像块 $\mathbf{s}_{i,p}$ 的稀疏编码, 权重 $\omega_{i,p}$ 设置为图像块 $\mathbf{s}_i$ 与 $\mathbf{s}_{i,p}$ 之间的距离成反比

$$\omega_{i,q} = \frac{1}{W} \exp(-\|\hat{\mathbf{s}}_i - \hat{\mathbf{s}}_{i,p}\|_2^2/h), \quad (12)$$

式(12)中, $\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{D} \hat{\mathbf{a}}_i$ 和 $\hat{\mathbf{s}}_{i,p} = \mathbf{D} \hat{\mathbf{a}}_{i,p}$ 分别是图像块 $\mathbf{s}_i$ 与 $\mathbf{s}_{i,p}$ 的估计值, h 为预定标量, W 为归一化因子。

由于基于非局部集中稀疏表示的灰度图像去噪模型中引入了用来衡量退化图像与去噪后图像之间的稀疏编码差异的稀疏编码噪声, 并且将稀疏表示模型的求解目标从获取原始图像转换成抑制图像的稀疏编码噪声。因此, 通过最小化稀疏编码噪声可以有效地提高去噪算法的性能。此外, 此算法提出了一种能够充分利用图像的非局部冗余的集中式约束项, 从而能有效地减少稀疏编码噪声。使得该方法即使在噪声污染较严重时也能取得很好的去噪效果, 并能保留更多的图像细节。因而文中采用此算法处理包含主要噪声成分的含噪光照图 $\hat{\mathbf{s}}$ 。

4 新模型的数值求解

如前所述, 文中所提算法首先利用式(4)得到含噪彩色图像的含噪光照图 $\mathbf{s}$ 和含噪反射图 $\mathbf{R}$ 。然后根据两幅含噪图的不同特性, 分别使用式(9)和式(10)进行去噪处理, 最后由去噪后的光照图 $\hat{\mathbf{s}}$ 和反射图 $\hat{\mathbf{R}}$ 利用式(1)(即 $\hat{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{R}}$)重构去噪后的彩色图像。为了有效地求解优化问题(9)和(10), 文中根据含噪光照图 $\mathbf{s}$ 和含噪反射图 $\mathbf{R}$ 的不同特点分别采用改进的 K-SVD 数值算法和软阈值迭代算法进行求解。

4.1 改进的 K-SVD 数值算法

对于优化问题(9), 通常采用 K-SVD 算法进

行求解。考虑到含噪反射图 $\mathbf{s}$ 为一幅仅含孤立噪声点的彩色图像, 如果直接使用传统的 K-SVD 算法进行求解, 容易在去噪过程中产生不必要的伪影和伪色彩^[9], 因此文中采用改进的 K-SVD 数值算法进行求解。整个算法主要包括两个步骤, 即基于正交匹配追踪 (OMP, Orthogonal matching pursuit) 算法的稀疏编码和基于 K-SVD 的字典学习。

步骤 1 稀疏编码: 固定初始化的过完备字典 $\mathbf{D}$, 求解编码系数 $\hat{\mathbf{a}}_{ij}$, 其目标函数为

$$\forall_{ij}, \hat{\mathbf{a}}_{ij} = \underset{\mathbf{a}_{ij}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{a}_{ij}\|_0, \quad (13)$$

$$s.t. \|\mathbf{L}_{ij} \tilde{\mathbf{R}} - \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{a}_{ij}\|_2^2 \leq n(C\sigma)^2$$

式(13)中, C 和 σ 是常数, n 为图像块大小。为了抑制去噪过程中产生的伪影和伪色彩, 文中通过引入新的内积, 得到修正后的反射图估计值 $\tilde{\mathbf{R}}$ 和字典 $\tilde{\mathbf{D}}$, 以更好地估计稀疏编码系数 $\hat{\mathbf{a}}_{ij}$ 。新的内积项可表示为:

$$\langle \mathbf{Y}, \mathbf{R} \rangle_\gamma = \mathbf{Y}^T \mathbf{R} + \frac{\gamma}{n^2} \mathbf{R}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \mathbf{R} = \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} + \gamma/n\mathbf{K}) \mathbf{R}, \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_n & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_n & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_n \end{pmatrix}, \quad (15)$$

式(15)中, $\mathbf{J}_n$ 是一个 $n \times n$ 的全 1 矩阵。式(14)表示含噪反射图 $\mathbf{Y}$ 与原始反射图 $\mathbf{R}$ 的欧几里得内积, 可由 $\mathbf{Y}$ 和 $\mathbf{R}$ 的各通道强度估计值的乘积获得, 从而迫使选定的原子考虑图像块的平均颜色信息, 其中, 调整参数 γ 可控制校正范围。如此, 可以较好地抑制去噪过程中产生的伪影和伪色彩^[9]。另外, 式(14)中的 $\mathbf{I} + \gamma/n\mathbf{K}$ 可表示为

$$\mathbf{I} + \gamma/n\mathbf{K} = (\mathbf{I} + a/n\mathbf{K})^T (\mathbf{I} + a/n\mathbf{K}), \quad (16)$$

其中, $\gamma = 2a + a^2$ (a 为常数)。令每个图像块和字典中的每个原子均乘上 $\mathbf{I} + a/n\mathbf{K}$, 从而可以直接将新内积应用于 OMP 算法中, 无须再做进一步的更改。因此, 文中将反射图估计值 $\mathbf{R}$ 和字典 $\mathbf{D}$ 分别设置为 $\mathbf{R} = (\mathbf{I} + a/n\mathbf{K})\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{D} = (\mathbf{I} + a/n\mathbf{K})\mathbf{D}$ 。最后, 式(13)可以由经典的 OMP 算法直接进行求解。

步骤 2 字典学习: 由于 K-SVD 算法具有捕获不同颜色通道间相关性的学习能力, 所以可将其直接用于对彩色图像块的训练。因此, 固定系数矩阵 $\hat{\alpha}$, 依次对字典 $\hat{D}$ 中每个原子 $d_h (h \in 1, 2, \dots, k)$ 进行更新:

(1) 找出所有满足 $\omega_h = \{[i, j] | \hat{\alpha}_{ij}(h) \neq 0\}$ 的图像块组合;

(2) 对每个图像块 $[i, j] \in \omega_h$, 计算其残差: $e_{ij}^h = (L_{ij}R - \sum_{m \neq h} \hat{d}_m \hat{\alpha}_{ij}(m)) L_{ij}$, 得到残差矩阵 E_h ;

(3) 通过最小化式(17)更新 $\hat{d}_h$ 和 $\hat{\alpha}_{ij}(h)$:

$$(\hat{d}_h, \hat{\alpha}^h) = \underset{\hat{\alpha}^h, \|\hat{d}_h\|_2=1}{\operatorname{argmin}} \|L_{ij}(E_h - \hat{d}_h \hat{\alpha}^h)\|_2^2, \quad (17)$$

式(17)可以采用经典的 SVD 算法进行求解。

通过迭代步骤 1 和步骤 2 直到满足迭代次数 J 或误差阈值 e_0 , 得到更新后的字典 $\hat{D}$ 和稀疏表示矩阵 $\hat{\alpha}$ 。考虑到图像块的重叠性, 需要对去噪后的图像块取平均以得到去噪后的反射图 $\hat{R}$, 即

$$\hat{R} = (\sum_{ij} L_{ij}^T L_{ij})^{-1} \sum_{ij} (L_{ij}^T \hat{D} \hat{\alpha}_{ij}). \quad (18)$$

4.2 软阈值迭代算法

对于优化问题(10), 由于含噪光照图 s 包含了图像的主要噪声成分, 模型(10)中的正则项参数将在一定程度上影响去噪效果。文中设置了自适应参数 λ 并将原模型转化为求解 L_1 范数最小化问题, 因而可以采用经典的软阈值迭代算法处理。

根据最大后验(MAP)概率估计与稀疏表示之间的联系, 可采用将局部稀疏性扩展到非局部集中稀疏性的方式获得自适应的参数 λ , 即

$$\lambda_{i,j} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma_{i,j}}, \quad (19)$$

式(19)中, $\sigma_{i,j}$ 是稀疏编码噪声 $v_i(j) = \alpha_i(j) - \beta_i(j)$ 的标准差, $v_i(j)$ 是 v_i 的第 j 个元素, 利用每次迭代或多次迭代中更新的 v_i 来更新 $\lambda_{i,j}$ 既能节约计算成本又能得到自适应的正则项参数。另外, 在每次迭代中, 对于固定的 β_i , 可将式(10)中的目标函数转化为如下 L_1 范数最小化问题:

$$\alpha_z = \operatorname{argmin}_{\alpha} \{ \|Z - D\alpha\|_2^2 + \sum_i \sum_j \lambda_{i,j} \|\alpha_i(j) - \beta_i(j)\| \}. \quad (20)$$

由于模型(20)是一个凸优化问题, 因此文中采用经典的软阈值迭代数值算法对其进行求解, 具体过程如图 3 所示。

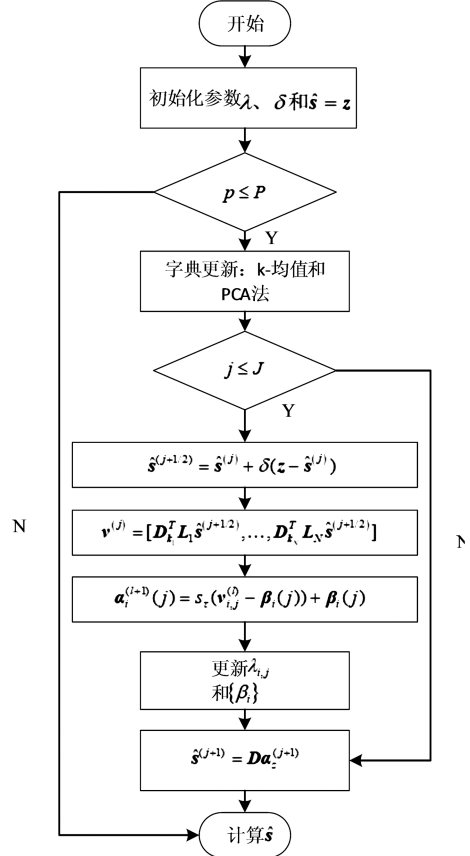


图 3 软阈值迭代算法流程示意图

Fig.3 Soft threshold iterative algorithm flow diagram

(1) 初始化参数 λ 和 δ 以及反射图的初始估计值 $\hat{s} = z$, 外部迭代起始次数 $p = 0$, 内部迭代起始次数 $j = 0$;

(2) 外部迭代过程: 当迭代次数 $p \leq P$ 时, 首先使用 k-均值法和经典的 PCA 法更新字典, 然后进行内部迭代。如果不满足 $p \leq P$, 则表明已完成迭代可直接结束整个算法;

(3) 当内部迭代次数 $j \leq J$, 通过软阈值算子计算 $\alpha_i(j)$ 以及根据公式(19)和公式(11)更新参数 $\lambda_{i,j}$ 和 $\{\beta_i\}$;

(4) 使用式 $\hat{s} = D\alpha_z$ 获得去噪后的图像估计值。

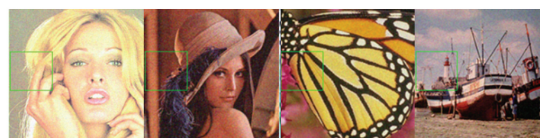
5 数值实验与分析

为了验证所提算法的有效性,文中使用图 4(a)所示的 4 幅彩色含噪图像作为测试图像,它们的大小均为 256×256 。并且,将新算法与文献[2]中的 ROF 算法、文献[5]中的 K-SVD 算法以及文献[6]中的 NCSR 算法进行了比较,所有实验均在 MATLAB R2016b 上编程实现,硬件参数: Intel Core i5-7300HQ, CPU 2.5 GHz, 内存 8 GB。

5.1 视觉效果性能分析和比较

本节从去噪图像的整体视觉效果和局部细节放大两个方面分别对不同算法的性能进行了对比分析。图 4 给出了受标准差 $\sigma = 20$ 的高斯白噪声污染的彩色含噪图像及不同算法的去噪效果图。图 4(a)是彩色含噪图像,图 4(b)~(e)分别是彩色含噪图像经过 ROF 算法、K-SVD 算法、NCSR 算法和新算法处理后的结果图像。从图 4(b)~(d)可以看出,采用 ROF 算法去噪后的彩色图像会出现过度平滑现象,以至于丢失了图像的细节部分;而 K-SVD 算法在图像低信噪比的情况下去噪效果不理想;虽然 NCSR 算法能较好地保持图像的细节部分,但是也将某些噪声当成细节成分保留了下来,从而降低了算法的去噪性能。由图 4(e)可知,文中所提模型不但取得了较好的去噪效果,而且图像的细节部分也得到了较好的保护。

为了进一步说明所提算法的去噪效果,文中给出了图 5 第二行所示局部图像的亮度三维图。图 6(a)~(b)分别是无噪图像和含噪图像的局部三维图,6(c)~(f)是分别是经 ROF 算法、K-SVD 算法、NCSR 算法和文中所提算法去噪后的局部图像的亮度三维图。由图 6(c)~(f)可知,(c)中的平坦区域出现了明显的过度平滑现象,(d)中依然存在少量的噪声成分,(e)中的顶部和底部都表现出参差不齐,并且误将一些噪声保留了下来。显然,图 6(f)与图 6(a)较为接近,说明文中所提算法能够在提高去噪效果的同时较好地保留图像的更多细节部分。



(a) 含噪图像

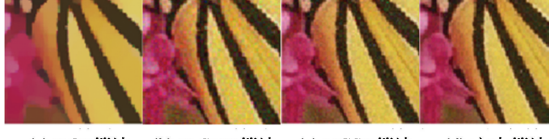
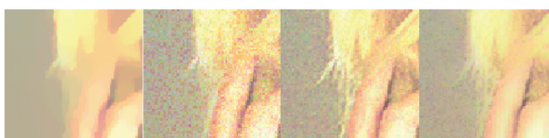
(a) Noisy image



(b) ROF算法 (b) ROF (c) K-SVD算法 (c) K-SVD (d) NCSR算法 (d) NCSR (e) 文中算法 (e) Ours

图 4 含噪图像及不同算法去噪效果图

Fig.4 Image with noise and the results of different algorithms



(a) ROF算法 (a) ROF (b) K-SVD算法 (b) K-SVD (c) NCSR算法 (c) NCSR (d) 文中算法 (d) Ours

图 5 不同算法局部细节放大图

Fig.5 Local detail magnification of different algorithms

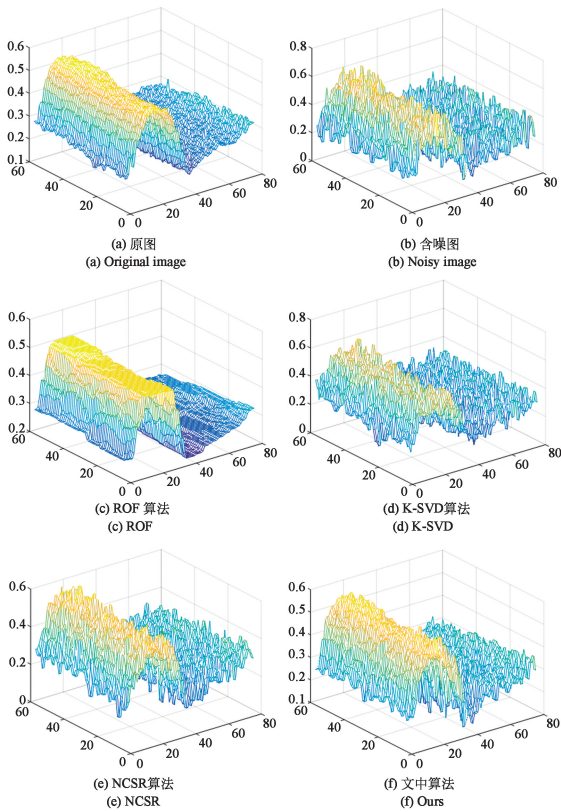


图 6 不同算法局部三维效果图
Fig.6 Local 3D graphs of different algorithms

5.2 客观性能评价分析与比较

文中采用峰值信噪比 (PSNR) 和图像结构相似度 (SSIM) 来更好地说明不同算法的去噪效果。

$$K_{\text{PSNR}} = 10 \lg \frac{\max_{\substack{1 \leq i \leq M \\ 1 \leq j \leq N}} |x_{ij}|^2}{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [x_{ij} - \hat{x}_{ij}]^2}, \quad (21)$$

$$K_{\text{SSIM}} = \frac{(2\sigma_{\hat{x}x} + c_1)(2\mu_{\hat{x}}\mu_x + c_2)}{(\sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 + c_1)(\mu_x^2 + \mu_{\hat{x}}^2 + c_2)}, \quad (22)$$

式(21)为 PSNR 表达式,其中 x 、 $\hat{x}$ 分别为原始图像和处理后的图像。式(22)为 SSIM 表达式,其中 σ_x 、 $\sigma_{\hat{x}}$ 、 μ_x 和 $\mu_{\hat{x}}$ 分别为 x 、 $\hat{x}$ 的标准差和均值, $\sigma_{x\hat{x}}$ 为 x 和 $\hat{x}$ 的协方差。一般而言,PSNR 和 SSIM 值越大,表示去噪效果越好。表 1、2 给出了不同算法去噪后图像的 PSNR 值和 SSIM 值。从表 1、2 中的数据可看出,各算法在图像受轻度污染时去噪水平相似,但当图像受到的噪声污染逐渐加重时,文中所提算法的 PSNR 值相对于 ROF 算法、K-SVD 算法和 NCSR 算法整体上

均有所提高,且在不同的噪声水平下,SSIM 值均相对高于其他 3 个算法。

表 1 不同算法的 PSNR 比较

Tab.1 comparison of PSNR of different algorithms (dB)

测试 图片	噪声 方差	K-SVD	TV	NCSR	文中 算法
Tiffany	$\sigma = 15$	25.93	26.28	26.89	27.34
	$\sigma = 20$	23.51	24.27	24.75	25.99
	$\sigma = 30$	20.16	21.64	23.25	25.94
Lena	$\sigma = 15$	24.79	25.36	25.47	26.01
	$\sigma = 20$	22.55	23.03	23.54	24.62
	$\sigma = 30$	19.45	20.14	20.57	21.12
Byasa	$\sigma = 15$	25.16	25.78	25.92	26.44
	$\sigma = 20$	22.86	23.96	24.56	24.77
	$\sigma = 30$	19.68	21.16	21.28	21.98
Boat	$\sigma = 15$	25.15	25.30	26.07	26.48
	$\sigma = 20$	22.48	23.27	23.51	24.18
	$\sigma = 30$	19.81	20.61	20.57	21.14

表 2 不同算法的 SSIM 比较

Tab.2 Comparison of SSIM of different algorithms

测试 图片	噪声 方差	K-SVD	TV	NCSR	文中 算法
Tiffany	$\sigma = 15$	0.72	0.78	0.73	0.81
	$\sigma = 20$	0.62	0.62	0.63	0.78
	$\sigma = 30$	0.50	0.56	0.57	0.78
Lena	$\sigma = 15$	0.73	0.69	0.72	0.78
	$\sigma = 20$	0.65	0.65	0.67	0.73
	$\sigma = 30$	0.50	0.62	0.65	0.67
Byasa	$\sigma = 15$	0.80	0.80	0.81	0.90
	$\sigma = 20$	0.76	0.76	0.77	0.87
	$\sigma = 30$	0.65	0.72	0.74	0.80
Boat	$\sigma = 15$	0.75	0.75	0.77	0.85
	$\sigma = 20$	0.71	0.70	0.73	0.82
	$\sigma = 30$	0.58	0.65	0.67	0.79

6 结 论

文中提出了一种基于本征图像分解的稀疏表示彩色图像去噪算法,将彩色含噪图像使用本征图像分解算法分解为仅含孤立噪点且具有分段平滑特性的反射率部分和包含图像主要噪声成分和细节部分的光照率部分,并使用基于稀疏表示的彩色图像去噪算法和基于非局部集中稀疏表示的灰度图像去噪算法分别对这两个部分进行处理。

新算法充分利用了图像的稀疏表示先验与非局部先验,相比于传统算法能更好地保留彩色图像的细节部分和颜色信息。此外,实验数据表明,使用文中算法得到的去噪后图像的 PSNR 值和 SSIM 值比使用 ROF 算法、NCSR 算法以及 K-SVD 去噪算法都有不同程度的提高。尽管如此,由于稀疏表示算法计算复杂度较高,运行时间长,如何在提高彩色图像去噪效果的同时降低算法的复杂度以及缩短运行时间将是今后的一个重要研究方向。

参 考 文 献:

- [1] WANG J H, LIU W J, LIN L D. Histogram-based fuzzy filter for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2002, 32(2): 230-238.
- [2] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D*, 1992, 60(1/4): 259-268.
- [3] LYSAKER M, LUNDERVOLD A, TAI X C. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(12): 1579-1590.
- [4] CHANG Q S, TAI X C, XING L. A compound algorithm of denoising using second-order and fourth-order partial differential equations [J]. *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, 2009, 2(4): 353-376.
- [5] STARCK J L, ELAD M, DONOHO D L. Image decomposition via the combination of sparse representations and a variational approach [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(10): 1570-1582.
- [6] DONG W S, ZHANG L, SHI G M, *et al.* Nonlocally centralized sparse representation for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(4): 1620-1630.
- [7] KIM S. PDE-based image restoration: a hybrid model and color image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(5): 1163-1170.
- [8] BLOMGREN P, CHAN T F. Color TV: total variation methods for restoration of vector-valued images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 304-309.
- [9] MAIRAL J, ELAD M, SAPIRO G. Sparse representation for color image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(1): 53-69.
- [10] BARROW H G, TENENBAUM J M. Recovering Intrinsic Scene Characteristics From Images [M]. HANSON A, RISEMAN E. *Computer Vision Systems*. London: Academic Press, 1978: 3-26.
- [11] SHEN J B, YANG X S, JIA Y D, *et al.* Intrinsic images using optimization [C]//*Proceedings of 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Colorado Springs: IEEE, 2011.
- [12] 王春哲,安军社,姜秀杰,等.基于稀疏表示的 SOM 多失真图像质量评价方法[J].*液晶与显示*,2018,33(10): 877-883.
WANG C Z, AN J S, JIANG X J, *et al.* Multi-distorted image quality assessment algorithm based on sparse representation and SOM [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2018, 33(10): 877-883. (in Chinese)
- [13] HAN Y, FENG X C, BACIU G, *et al.* Nonconvex sparse regularizer based speckle noise removal [J]. *Pattern Recognition*, 2013, 46(3): 989-1001.
- [14] HAN Y, XU C, BACIU G, *et al.* Cartoon and texture decomposition-based color transfer for fabric images [J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2017, 19(1): 80-92.
- [15] XIE B, XU C, HAN Y, *et al.* Color transfer using adaptive second-order total generalized variation regularizer

- [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 6829-6839.
- [16] 杨爱萍, 田玉针, 何宇清, 等. 基于改进 K-SVD 和非局部正则化的图像去噪[J]. 计算机工程, 2015, 41(5): 249-253.
YANG A P, TIAN Y Z, HE Y Q, *et al.* Image denoising Based on improved K-SVD and non-local regularization [J]. *Computer Engineering*, 2015, 41(5): 249-253. (in Chinese)

作者简介:



谢 斌(1977—),男,江西于都人,硕士,副教授,硕士生导师,2006 年于华中科技大学获得硕士学位,研究方向为深度学习、图像处理。E-mail: xiebin-66@163.com