

文章编号:1007-2780(2018)04-0338-09

基于改进 R 矩阵方法的光谱反射率重建研究

王 可^{1,2*}, 王慧琴^{1,2}, 王 展³, 张 毅², 殷 颖²

(1. 西安建筑科技大学 管理学院, 陕西 西安 710055)

(2. 西安建筑科技大学 信息与控制工程学院, 陕西 西安 710055)

(3. 陕西省文物保护研究院, 陕西 西安 710075)

摘要:为了解决传统 R 矩阵方法重建光谱反射率过程中的病态问题,提出了一种正则化 R 矩阵改进方法。研究了如何使用 Tikhonov 正则化来限制 R 矩阵方法求解 Moore-Penrose 伪逆矩阵中所产生的病态问题,同时使用 L 曲线方法从训练样本数据中得到有效限制病态情况的最优正则化参数。实验结果表明:与 R 矩阵方法相比,改进的正则化 R 矩阵方法重建的光谱精度的平均均方根误差值降低了 0.004 25,平均适应度系数值提高了 1.325%,色度精度的平均色差值降低了 0.141 9,并且在实际的应用中具有较好的表现。该方法能够满足精度较高的文物艺术品颜色再现的需要。

关键词:光谱反射率重建;R 矩阵;Tikhonov 正则化;颜色再现

中图分类号:O433.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/JYXS20183304.0338

Spectral reflectance reconstruction based on improved matrix R method

WANG Ke^{1,2*}, WANG Hui-qin^{1,2}, WANG Zhan³, ZHANG Yi², YIN Ying²

(1. School of Management, Xi'an University of Architecture And Technology, Xi'an 710055, China;

(2. School of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture And Technology, Xi'an 710055, China;

(3. Shaanxi Provincial Institute of Cultural Relics Protection, Xi'an 710075, China)

Abstract: In order to solve the ill-posed problem in the process of reconstructing the spectral reflectance, a regularized R matrix improvement method is proposed.

收稿日期:2017-10-29; **修订日期:**2018-01-26.

基金项目:国家自然科学基金青年基金(No.61701388);住建部科学技术计划资助项目(No.2017-K2-014);陕西省科技厅国际合作资助项目(No.2017KW-036);西安市科技局软科学资助项目(No.2016043SF/RK06(3));西安市碑林区科技计划资助项目(No.GX1606);西安建筑科技大学青年基金(No.QN1628, No. QN1020)

Supported by the Youth Fund of National Natural Science Foundation of China(No.61701388); Science and Technology Project of Ministry of Housing and Urban-Rural Development of China(No.2017-K2-014); International Science and Technology Cooperation Project of Science and Technology Department of Shaanxi Province, China(No. 2017KW-036); Soft Science Project of Science and Technology Bureau of Xi'an, China(No. 2016043SF/RK06(3)); Science and Technology Project of Science and Technology Bureau of Xi'an Beilin District, China(No. GX1606); Youth Science and Technology Fund Project of Xi'an University of Architecture And Technology, China(No. QN1628, No. QN1020)

* 通信联系人, E-mail: wangke@xauat.edu.cn

tance using the traditional matrix R method, an improved matrix R method was proposed in this paper. The Tikhonov regularization method was researched to restrict the ill-posed problem to solve the Moore-Penrose pseudo inverse matrix. The L-curve method was used to obtain the optimal regularization parameter by training samples data in order to effectively restrict the ill-posed situation. The experimental results verified that compared with traditional matrix R method, the proposed regularization matrix R method had higher spectral and chromatic accuracy of reconstructed spectrum whose mean root mean square error value reduced 0.004 25, mean goodness of fit coefficient value improved 1.325%, and mean color difference value reduced 0.141 9. At the same time, the proposed regularization matrix R method achieved good performance in practical application. It can meet the high accuracy of cultural relics color reproduction needs.

Key words: spectral reflectance reconstruction; matrix R; Tikhonov regularization; color reproduction

1 引言

目前通用的颜色信息获取设备直接获取物体在特定照明条件下的色度信息,色度信息一般用三维的色度系统表示,同一个三刺激值可以对应多个光谱反射比,这种现象称为同色异谱现象^[1]。由于同色异谱现象的存在,无法使用物体在已知照明条件下的色度来预测物体在另一种照明条件下的色度。为了能精确得到色度信息,可以通过获取物体表面光谱反射率方法来判断物体的真实颜色^[2]。

传统获取物体表面光谱反射率的方法是利用分光光度计进行点对点的测量,工作量很大,由于人们生活中大多数物体表面的光谱反射率是平滑的,为了高效的得到物体表面光谱反射率,可以利用多光谱成像技术采集物体多个通道的颜色信息,利用光谱反射率重建算法重建出物体的光谱反射率,同时也可以得到目标物体光谱维和空间维上的信息^[3]。常用的基于多光谱成像技术的光谱反射率重建方法有主成分分析(PCA)、Wiener、R矩阵和一些其他的方法^[4-5]。本文将以前同色异谱黑理论^[6]和R矩阵方法^[7]为基础,将多光谱成像系统获取的多通道响应信号分为两部分:基本刺激和同色异谱黑。基本刺激决定色度精度,同色异谱黑决定光谱精度。合并这两部分的计算结果后,可以得到更精确的光谱重建效果。

然而,R矩阵是由 Moore-Penrose(MP)矩阵方法求解的伪逆矩阵,是一种病态线性方程的求逆方法^[8]。求逆过程中的病态问题越严重,所得到的解与真实值偏差越大。因此,在分析 MP 伪

逆矩阵求解的方法的基础上,使用 Tikhonov 正则化方法对求基本刺激光谱和同色异谱黑的过程中的病态情况进行限制,分别提高其求解精度,然后结合两部分计算结果得到更为精确的光谱重建结果。最后使用 R 矩阵方法和所提出的改进正则化 R 矩阵方法进行了光谱反射率重建的精度比较实验,评价并讨论了实验结果。

2 光谱反射率重建方法

2.1 多光谱成像系统

多光谱成像系统采集物体表面颜色信息后,输出得到相机色彩空间相关的多个通道图像信号,通道下的图像信号是由照明光源的光谱功率分布函数、物体的光谱反射率特性、相机的光谱透射率和镜头的光谱传递函数联合作用的结果^[9]。在确定的照明条件和滤光片下,可以得到相机通道信号 $\mathbf{g}$ 与物体光谱反射率 $\mathbf{R}$ 的向量矩阵形式,即:

$$\mathbf{g} = \mathbf{QR} + \mathbf{b} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Q}$ 为光谱响应函数矩阵, $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{n}$ 分别为多个滤光片下的暗电流向量和图像噪声向量。可以通过标准白板校正去除暗电流,校正公式如下:

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{G}_{\text{data}} - \mathbf{G}_{\text{dark}}}{\mathbf{G}_{\text{white}} - \mathbf{G}_{\text{dark}}}, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{G}_{\text{data}}$ 为实际通道响应, $\mathbf{G}_{\text{dark}}$ 为盖住镜头响应, $\mathbf{G}_{\text{white}}$ 为白板响应,若去除暗电流后又不考虑噪声的影响,可以得到式(2)的基本形式:

$$\mathbf{g} = \mathbf{QR}. \quad (3)$$

2.2 同色异谱黑理论

Wyszecki 提出任何一个颜色刺激的光谱能

量分布,均由一个基本颜色刺激和一个同色异谱黑刺激构成^[6-7]。同色异谱黑的三刺激值为零,定义为:

$$\begin{cases} \int E(\lambda) r_b(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda = 0 \\ \int E(\lambda) r_b(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda = 0, \\ \int E(\lambda) r_b(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $E(\lambda)$ 为确定照明光源能量分布, $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ 为标准观察者结果, $r_b(\lambda)$ 为同色异谱黑。同色异谱黑在某些波段的值为负值,因此同色异谱黑光谱在实际的物理意义上是不存在的。

2.3 R 矩阵方法

基于 Wyszecki 提出的基础上, Cohen 等提出了一个正交投影的数学方法,可以将颜色刺激针对某一光源分解成基本光谱和同色异谱黑,称之为光谱分解理论或者 R 矩阵方法^[10]。R 矩阵是由一个 $n \times 3$ 的颜色匹配函数矩阵 A 计算得到的,矩阵 A 在特定的光照和观察者联合作用可以表示为:

$$A = ksv, \quad (5)$$

式中 k 为光源三刺激值的调整因子, s 为光照光谱功率分布, v 为标准观察者匹配函数。定义矩阵 R 为:

$$R = A (A^T A)^{-1} A^T, \quad (6)$$

矩阵 R 可以被分解两部分:同色异谱黑 b 和基本刺激 ε 。基本刺激 ε 由三刺激值 $t = [X, Y, Z]^T$ 计算得到:

$$t = A^T \varepsilon, \quad (7)$$

$$\varepsilon = A (A^T A)^{-1} t. \quad (8)$$

同色异谱黑 b 是光谱反射率 r 和基本刺激 ε 之差:

$$b = r - \varepsilon, \quad (9)$$

也可以使用矩阵 R 正交投影分解光谱反射率 r , 得到基本刺激 ε :

$$\varepsilon = Rr, \quad (10)$$

因此,同色异谱黑 b 能够直接通过光谱反射率 r 计算得到:

$$b = r - \varepsilon = r - Rr = (I - R)r, \quad (11)$$

光谱反射率能够通过多通道响应信号的变换得到,处理过程中需要使用光谱转换矩阵 Q 。矩阵 Q 可以从训练样本集合 (g_1, r_1) 计算得到,根

据公式(3):

$$Q = r_1 g_1^+, \quad (12)$$

式中: g_1^+ 为 g_1 的逆转换矩阵。通道响应为 g_2 的测试样本的光谱反射率 r'_2 可由公式(12)计算得到:

$$r'_2 = Q g_2 = r_1 g_1^+ g_2, \quad (13)$$

然后,计算测试样本的同色异谱黑 b_2 :

$$b_2 = (I - R)r'_2 = [I - A (A^T A)^{-1} A^T] r'_2. \quad (14)$$

组合基本刺激 ε 和同色异谱黑 b_2 两部分结果,得到重建的测试样本 (g_2, r_2) 光谱反射率 $\hat{r}_2$ 为:

$$\hat{r}_2 = \varepsilon + b_2 = A (A^T A)^{-1} t_2 + [I - A (A^T A)^{-1} A^T] r'_2, \quad (15)$$

式中: t_2 为测试样本的三刺激值。

R 矩阵方法在重建过程中同时结合了光谱和色度转化的结果,因此该方法能够得到更高的光谱和色度重建精度。

3 正则化 R 矩阵方法

3.1 Tikhonov 正则化 R 矩阵

在使用 R 矩阵方法重建光谱反射率的过程中,为了得到需要利用最小二乘法 (Least Squares)^[11] 求解观测方程 $Ax = L$:

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T L. \quad (16)$$

公式(16)本质上是求 $\hat{x} = \operatorname{argmin} \|Ax - L\|^2$ 的解。尽管这种求解方法能够保证解的最优性,但是不一定能够保证重建的光谱是原始光谱的唯一解,因此,这是一种病态问题。如果观测方程是病态的,正定矩阵 $A^T A$ 较大的条件数值将会导致矩阵求逆不稳定。通常使用估计误差是否满足条件 $\|L - \hat{L}\|^2 \leq \|A^{-1}\|^2 \|Ax - L\|^2$ 来衡量病态程度。利用该条件,能够发现矩阵 A 的病态情况以及其逆矩阵的精确度和 $\hat{L}$ 估计值的合理性有较大关系。因此,使用矩阵 A 的条件数来估计病态情况,条件数定义为:

$$\operatorname{Cond}(A) = \|A\|^2 \|A^{-1}\|^2 = \left| \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)} \right|, \quad (17)$$

式中, $\sigma_{\max}$ 和 $\sigma_{\min}$ 是对矩阵 $\mathbf{A}$ 进行奇异值分解后得到的最大和最小特征值,可以看出,条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})$ 由 $\sigma_{\max}$ 和 $\sigma_{\min}$ 决定。矩阵 $\mathbf{A}$ 由照明光源的分布函数和标准观察者构成,不同的照明条件和观察者会产生不同的条件数,不同的条件数会产生不同的病态情况,这样会导致使用 R 矩阵方法进行光谱重建过程中色度精度和光谱精度发生改变,因此,需要对 R 矩阵方法进行正则化限制改进。

根据公式(16)可知,病态问题的产生是由于没有对正定矩阵 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 的特征值做任何限制,可以通过改变矩阵 $\mathbf{A}$ 和其逆矩阵 $\mathbf{A}^{-1}$ 的条件数来限制病态情况,对矩阵 $\mathbf{A}$ 进行奇异值分解:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \sum \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{u}_i^T, \quad (18)$$

式中: $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_m)$ 和 $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n)$ 分别为 $m \times m$ 维和 $n \times n$ 维的正交投影矩阵, $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}_m$, 矩阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值为 $\sum = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$, $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_m > 0$, 对最小二乘解进行奇异值分解:

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{L}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i. \quad (19)$$

根据公式(19)可知,当 i 值较大时, σ_i 值较小,因此,即使一个很小的观测值误差都会导致最小二乘解和实际值有较大的偏离。为了避免这个问题,引入滤波因子来抑制病态解中的误差分量项达到获得近似解的目的。加入滤波因子的最小二乘解为:

$$\mathbf{x}_{\text{reg}} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{L}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i, \quad (20)$$

式中: $\mathbf{x}_{\text{reg}}$ 是由滤波因子决定的正则化解。本文使用 Tikhonov 正则化方法^[12]来限制 R 矩阵方法中的病态问题,估计准则定义为:

$$\hat{\mathbf{x}} = \argmin \|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|^2 + w^2 \|\mathbf{I}_n \mathbf{x}\|^2, \quad (21)$$

式中: w 为正则化参数, $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|^2$ 为残差项, $\|\mathbf{I}_n \mathbf{x}\|^2$ 为正则化项。Tikhonov 正则化滤波因子为 $f_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + w^2}$ 。在 Tikhonov 正则化下,最小二乘解可以表示为:

$$\mathbf{x}_{\text{reg}} = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + w^2} \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{L}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i. \quad (22)$$

根据 Tikhonov 正则化估计准则,公式(16)的解为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + w^2 \mathbf{I}_n)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}. \quad (23)$$

根据以上分析,使用 Tikhonov 正则化来限制公式(15)的病态情况,因此,基于 Tikhonov 正则化的 R 矩阵方法重建的光谱反射率为:

$$\hat{\mathbf{r}}_{2\text{reg}} = \mathbf{e}_{\text{reg}} + \mathbf{b}_{2\text{reg}} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + w^2 \mathbf{I}_n)^{-1} \mathbf{t}_2 + [\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + w^2 \mathbf{I}_n)^{-1} \mathbf{A}^T] \mathbf{r}'_2. \quad (24)$$

根据公式(24)可知,病态问题的限制情况由正则化参数 w 决定,对正则化 R 矩阵方法进行光谱重建的精度有重要影响。

3.2 正则化参数 w 选取

目前,常用的选取正则化参数的方法有 Morozov 偏差准则^[13]和 L 曲线^[14]。Morozov 偏差准则需要了解重建光谱和原始实际光谱之间的误差情况,但在实际应用中,这个误差水平并不容易得到。L 曲线方法具有较好的自适应性,因此,本文使用 L 曲线方法来选择正则化参数 λ 。

L 曲线的基本原理是求解正则化参数使残差项 $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|^2$ 和正则化项 $\|\mathbf{I}_n \mathbf{x}\|^2$ 同时达到最小。因为,曲线形状通常是 L 型的,拐点处的曲率值是正则化参数的最优值。对于连续的正则化参数,最优值由求解曲线 ($\lg \|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|^2, \lg \|\hat{\mathbf{x}}\|^2$) 拐点的最大曲率值得到。

令 $\eta = \|\hat{\mathbf{x}}\|^2$, $\rho = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|^2$, 并对其两边同时取对数,得到:

$$\hat{\eta} = 2 \lg \|\hat{\mathbf{x}}\|, \hat{\rho} = 2 \lg \|\mathbf{Ax} - \mathbf{L}\|. \quad (25)$$

L 曲线由多个 $(\hat{\rho}/2, \hat{\eta}/2)$ 点组成,令 $\hat{\eta}'$, $\hat{\rho}'$, $\hat{\eta}''$ 和 $\hat{\rho}''$ 分别代表 $\hat{\eta}$ 和 $\hat{\rho}$ 的一重微分和二重微分,计算 L 曲线的曲率 k :

$$k = 2 \frac{\hat{\rho}' \hat{\eta}'' - \hat{\rho}'' \hat{\eta}'}{[(\hat{\rho}')^2 + (\hat{\eta}')^2]^{3/2}}. \quad (26)$$

因为 $\hat{\eta}' = \frac{\eta'}{\eta}$, $\hat{\rho}' = \frac{\rho'}{\rho}$, $\rho' = -w^2 \eta'$, $\rho'' = -2w\eta' - w^2 \eta''$, 将公式(26)改为:

$$k = 2 \frac{\eta \rho w^2 \eta' \rho' + \eta \rho + w^2 \eta \eta'}{\eta'^2 (w^2 \eta^2 + \rho^2)^{3/2}}. \quad (27)$$

使用公式(27)来求解最大曲率,求得解为最优的正则化参数 w 的值。

4 实验与结果分析

4.1 实验数据准备

实验采用多光谱成像系统进行光谱重建方法的性能考察。多光谱成像系统包括海洋薄膜公司的 SpectroCam VIS 型号的 CCD 相机、11 个连续波峰中心值的窄带滤光片以及 CIE 标准 D65 照明光源。多光谱相机如图 1 所示,滤光片波峰中心值和透射率曲线如图 2 所示,滤光片的带宽为 20 nm。色卡使用劳尔(RAL)色卡和 CCDC(ColorCheck24)色卡,包括 237 种颜色色块,其中 118 块奇数号色块作为训练样本,119 块偶数号色块以及一副壁画中的六个参考色块作为测试样本。通过多光谱成像系统采集得到色卡色块样本集在 11 个波段通道下的多光谱图像数据,同时使用海洋薄膜公司的 SpectroSuite 型号的分光光度计测量色卡的光谱反射率曲线,光谱测量为可见光范围内的 380~780 nm,使用 10 nm 间隔进行采样。

4.2 评价标准

对于算法的光谱重建效果,使用以下几个参数作为光谱重建精度的评价标准:

(1) 均方根误差 RMSE:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{\lambda} (R(\lambda) - \hat{R}(\lambda))^2}{N}}. \quad (28)$$

RMSE 评价实际光谱和重建光谱之间的误差水平,其值越小,重建光谱越接近实际光谱。

(2) 适应度系数 GFC:

$$\text{GFC} = \frac{\sum_{\lambda} R(\lambda) \hat{R}(\lambda)}{(\sum_{\lambda} R(\lambda)^2)^{1/2} (\sum_{\lambda} \hat{R}(\lambda)^2)^{1/2}}. \quad (29)$$

GFC 测量重建光谱和实际光谱之间的余弦夹角,GFC 的值在 0~100% 之间,当 GFC 值大于等于 99.5% 时,重建效果是可以接受的,当 GFC 的值大于等于 99.9% 时,重建效果是非常好的。

(3) 色差 ΔE [15]:

CIELAB 空间内两种颜色之间的欧式距离可以表示颜色的差异。如果两种颜色在 CIELAB 均匀颜色空间中的坐标分别为 (L_1^*, a_1^*, b_1^*) 和

(L_2^*, a_2^*, b_2^*) , 则两者的 CIELAB 色差 ΔE 为:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \sqrt{(L_1^* - L_2^*)^2 + (a_1^* - a_2^*)^2 + (b_1^* - b_2^*)^2} \\ &= \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2}, \end{aligned} \quad (30)$$

式中: ΔL^* 为明度差, Δa^* 为红绿色品差, Δb^* 为黄蓝色品差。

4.3 计算正则化参数 w

利用 237 块颜色样本数据进行训练,使用 L 曲线方法来计算最优的正则化参数 w 。图 1 为所有训练结果中任意选取的两个样本的正则化参数结果图。

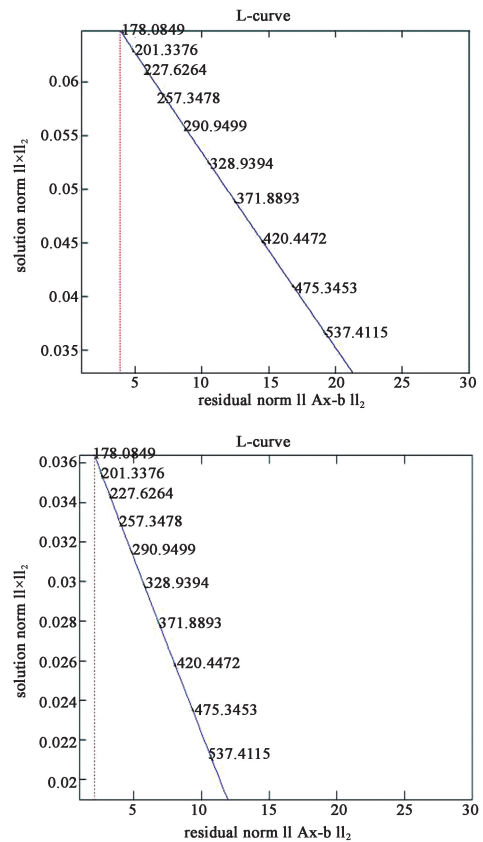


图 1 L 曲线方法中的正则化参数

Fig.1 L-curve for Tikhonov regularization

图中,实线代表 L 曲线,实线上的数据代表正则化参数的值,指向横坐标和纵坐标的虚线代表选取固定正则化参数值下的残差项和正则化项。根据 237 个色卡色块训练的结果,可知,虽然残差项和正则化项的值在 L 曲线最大曲率处的值不一样,但是使曲率达到最大的正则化参数 w 都为 178.084 9。因此,最优的正则化参数 $w = 178.084 9$ 。

4.4 结果分析

表1为采用R矩阵方法和正则化R矩阵方

法对119块测试样本重建的光谱反射率的评价结果。

表1 R矩阵与正则化R矩阵方法光谱重建精度

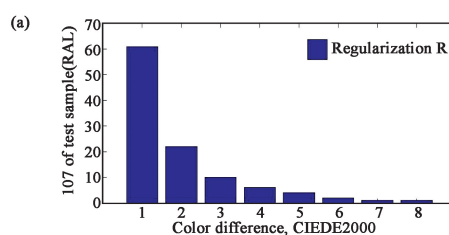
Tab.1 Spectral reconstructed accuracy of matrix R and regularization matrix R

评价标准	平均、最大、最小值	Matrix R		Regularization matrix R	
		RAL	CCDC	RAL	CCDC
ΔE	Mean	1.315 9	1.437 8	1.237 8	1.310 2
	Max	8.928 9	5.028 9	8.778 5	4.896 3
	Min	0.932 1	0.530 5	0.830 5	0.469 8
RMSE	Mean	0.039 1	0.034 1	0.034 5	0.030 2
	Max	0.086 1	0.072 1	0.082 3	0.064 5
	Min	0.011 6	0.010 9	0.006 7	0.004 7
GFC/%	Mean	98.17	98.20	98.63	99.11
	Max	99.64	99.53	99.99	99.96
	Min	93.53	96.43	94.98	96.81

由表1,正则化R矩阵方法重建的RAL色块的光谱色差的平均值比R矩阵方法降低了0.078 1,最大色差降低了0.150 4,最小色差降低了0.101 6, RMSE的平均值降低了0.004 6,最大值下降了0.003 9,最小值下降了0.004 9, GFC的平均值提高了1.31%,最大值提高了0.43%,最小值提高了0.38%。正则化R矩阵方法重建的CCDC色块的光谱色差的平均值比R矩阵方法降低了0.1276,最大色差降低了0.132 6,最小色差降低了0.070 7, RMSE的平均值降低了0.003 9,最大值下降了0.007 6,最小值下降了0.006 2, GFC的平均值提高了1.34%,最大值提高了0.30%,最小值提高了0.45%。综合考虑,与R矩阵方法相比,正则化R矩阵方法的重建光谱精度平均RMSE值降低了0.004 25,平均GFC值提高了1.325%,色度精度的平均色差值降低了0.141 9。

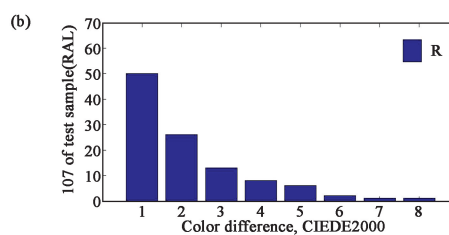
图2(a)和图2(b)分别为R矩阵方法和正则化R矩阵方法对RAL色卡反射率重建的色差分布图。

比较两图可以看出正则化R矩阵方法重建的 $\Delta E \leq 2$ 的样本数多于R矩阵方法,图2(c)和图2(d)分别为R矩阵方法和正则化R矩阵方法对CCDC色卡反射率重建的色差分布图,同样色差值分布正则化R矩阵方法好于R矩阵方法。



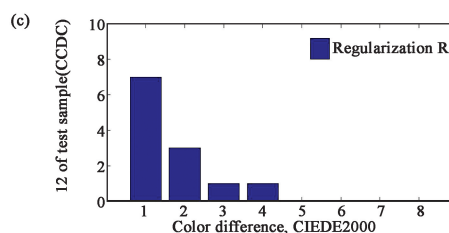
(a)正则化R重建RAL色卡

(a)RAL sample of RR



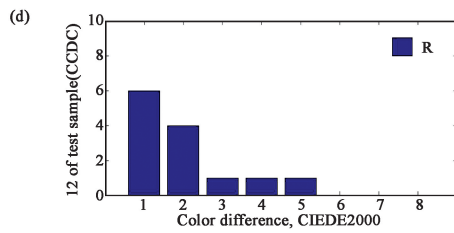
(b)R重建RAL色卡

(b)RAL sample of R



(c)正则化R重建CCDC色卡

(c)CCDC sample of RR



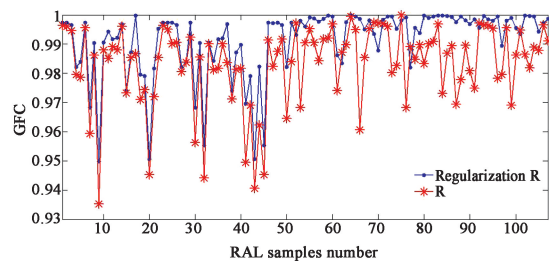
(d) R 重建 CCDC 色卡

(d) CCDC sample of R

图 2 色卡测试样本的色差评价结果

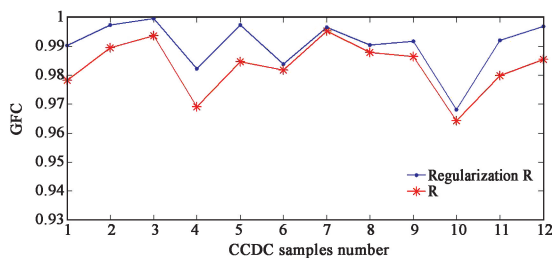
Fig.2 Evaluation results of the color difference distribution for test samples

根据 119 块测试样本的适应度系数的评价结果对比显示,如图 3(a)和(b)可知,分别为 CCDC 的 12 个测试样本和 RAL 的 107 个测试样本的适应度系数 GFC 折线图,基于正则化 R 矩阵方法光谱重建的光谱精度要优于 R 矩阵方法。



(a) RAL 色卡的 GFC

(a) GFC of RAL sample



(b) CCDC 色卡的 GFC

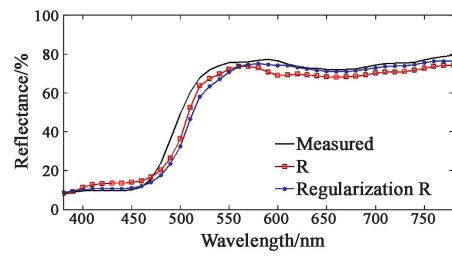
(b) GFC of CCDC sample

图 3 测试样本的适应度系数对比

Fig.3 Evaluation results of GFC for test samples

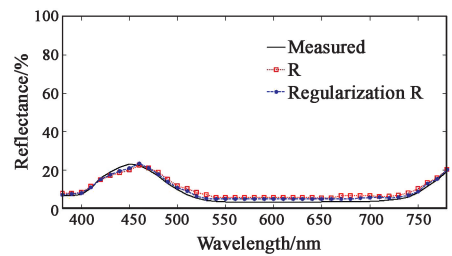
图 4(a)和(b)分别是 RAL 色卡中任意选取的第 1016 色块和 CCDC 色卡中任意选取的第 13 色块的重建光谱与实际光谱曲线对比图,由图可知,基于正则化 R 矩阵方法对 RAL 色卡和 CCDC 色卡的重建光谱曲线和实际光谱曲线的拟合程度要高于 R 矩阵方法。

为了验证所提出方法在实际情况中的应用效



(a) 第 1016 色卡

(a) No.1016 sample



(b) 第 13 色卡

(b) No.13 sample

图 4 RAL 和 CCDC 色卡的重建光谱曲线对比图

Fig.4 Reconstructed spectral reflectance of RAL and CCDC

果,针对真实壁画选取比较典型的 6 个颜色参考区域进行研究。壁画色块选取区域如图 5(a)所示,通过多光谱系统采集壁画得到 11 个通道下的多光谱图像如图 5(b)所示,定量的分析正则化 R 矩阵方法进行光谱重建的精度。

以壁画中 6 个参考色块为测试样本,使用正则化 R 矩阵方法进行光谱重建,重建精度评价结果如表 2 所示。



(a) 壁画参考色块标记

(a) Numbers of mural referential patches



(b) 壁画多光谱图像

(b) Multi-images under 11 channels

图5 壁画参考色块及多光谱成像图像

Fig.5 Numbers of mural referential patches and multi-spectral images

表2 正则化 R 矩阵重建壁画 6 个色块的色差、RMSE、GFC

Tab.2 Evaluation results of six referential color patches for REMS and GFC reconstructed by regularization matrix R

目标样块	评价标准		
	RMSE	GFC/%	ΔE
1	0.010 1	99.42	0.917 2
2	0.016 2	99.67	0.825 3
3	0.020 3	99.21	1.206 9
4	0.031 5	99.17	2.374 7
5	0.056 0	98.39	4.576 3
6	0.010 1	99.88	1.306 2
Mean	0.024 2	99.45	1.867 8

由表2可知,正则化 R 矩阵方法的六个色块的重建光谱精度 RMSE 平均值为 0.024 2, GFC 平均值为 99.45%, 重建色度精度 ΔE 重建使用正则化 R 矩阵方法进行光谱反射率重建能够得到较好的光谱精度和色度精度。从整体来看,正则化 R 矩阵方法能够有效地重建壁画中 6 个参考色块的光谱反射率,其中色块 4 和色块 5 光谱重建效果稍差一点,误差源于实验过程中没有优化选取训练样本,如果采用优化的方法选取训练样本,将会得到更好的重建效果。

5 结 论

同色异谱黑理论和 R 矩阵方法中,同色异谱黑决定了光谱精度,基本刺激决定了色度精度,本文利用 Tikhonov 正则化方法改进 R 矩阵重建光谱反射率过程的中病态方程求逆问题来达到提高重建精度的目的,同时使用 L 曲线方法获取最优的正则化参数来得到重建过程中最佳的同色异谱黑和基本刺激计算精度。实验中利用多光谱成像系统和色卡的样本数据对正则化 R 矩阵方法进行了验证,在光谱匹配和颜色重现两个方面使用 RMSE、GFC 和色差评价标准对光谱重建效果进行了评价。实验结果表明,与 R 矩阵方法相比,基于正则化 R 矩阵的光谱重建方法重建的光谱精度的平均均方根误差值降低了 0.004 25,平均适应度系数值提高了 1.325%,色度精度的平均色差值降低了 0.141 9,能够获得更高的光谱和色度精度。并且,使用正则化 R 矩阵方法重建真实壁画中参考色块光谱反射率的实验结果也说明了该方法能够满足精度较高的艺术品再现的需要,具有实际的应用价值和现实意义。

参 考 文 献:

- [1] 任鹏远,廖宁放,柴冰华,等.基于多光谱成像的光谱反射率重建[J].光学技术,2005,31(3):427-429,433.
REN P Y, LIAO N F, CHAI B H, et al. Spectral reflectance recovery based on multispectral imaging [J]. *Optical Technique*, 2005, 31(3): 427-429, 433. (in Chinese)
- [2] 何颂华,刘真,陈桥.基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 理论的光谱降维方法研究[J].光学学报,2014,34(2):0233001.
HE S H, LIU Z, CHEN Q. Research of spectral dimension reduction method based on matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(2): 0233001. (in Chinese).

- [3] 梅风华,李超,张玉鑫.光谱成像技术在海域目标探测中的应用[J].中国光学,2017,10(6):708-718.
MEI F H, LI C, ZHANG Y X. Application of spectral imaging technology in maritime target detection [J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(6): 708-718. (in Chinese)
- [4] 于海琦,刘真,田全慧.一种基于 GA-BP 神经网络结合 PCA 的 LCD 显示器光谱特征化模型[J].液晶与显示,2016,31(2):201-207.
YU H Q, LIU Z, TIAN Q H. Spectral characterization model of liquid crystal display based on GA-BP neural network and PCA [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2016, 31(2): 201-207. (in Chinese)
- [5] URBAN P, ROSEN M R, BERNIS R S. Spectral image reconstruction using an edge preserving spatio-spectral wiener estimation [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2009, 26(8): 1865-1875.
- [6] WYSZECKI G. Evaluation of metameric colors [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1958, 48(7): 451-454.
- [7] COHEN J B, KAPPAUF W E. Metameric color stimuli, fundamental metamers, and Wyszecki's metameric black [J]. *The American Journal of Psychology*, 1982, 95(4): 537-564.
- [8] NEUMAIER A. Solving ill-conditioned and singular linear systems: A tutorial on regularization [J]. *SIAM Review*, 1998, 40(3): 636-666.
- [9] SHIMANO N, TERA I K, HIRONAGA M. Recovery of spectral reflectances of objects being imaged by multispectral cameras [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, 24(10): 3211-3219.
- [10] ZHAO Y H, BERNIS R S. Image-based spectral reflectance reconstruction using the matrix R method [J]. *Color Research and Application*, 2007, 32(5): 343-351.
- [11] 穆治亚,艾华,樊孝贺,等.采用整体最小二乘法的条纹图配准方法[J].中国光学,2016,9(6):625-632.
MU Z Y, AI H, FAN X H, *et al.* Inference fringe image registration using total least square method [J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(6): 625-632. (in Chinese).
- [12] BELL J B. Solutions of ill-posed problems by A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin [J]. *Mathematics of Computation*, 1978, 32(144): 1320-1322.
- [13] BONESKY T. Morozov's discrepancy principle and Tikhonov-type functionals [J]. *Inverse Problems*, 2009, 25(1): 015015.
- [14] REZGHI M, HOSSEINI S M. A new variant of L-curve for Tikhonov regularization [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2009, 231(2): 914-924.
- [15] 刘怡轩,颜昌翔.在线式分光测色仪发展现状[J].中国光学,2014,7(5):712-722.
LIU Y X, YAN C X. Development and status of on-line spectrophotometer [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(5): 712-722. (in Chinese)

作者简介:王可(1981—),男,山东荣成人,博士研究生,讲师,2007 年于西南交通大学获得硕士学位,主要从事光谱图像处理及机器学习方面的研究。E-mail: wangke@xauat.edu.cn