

文章编号:1007-2780(2017)01-0056-06

基于压缩感知的多光谱图像去马赛克算法

杨 鹰¹, 孔玲君^{1,2*}, 刘 真¹

(1. 上海理工大学 出版印刷与艺术设计学院, 上海 200093;

2. 上海出版印刷高等专科学校, 上海 200093)

摘要: 针对目前多光谱图像去马赛克算法存在计算量大、效率低的缺点, 本文提出一种基于压缩感知的多光谱图像去马赛克算法。首先, 分析去马赛克与压缩感知问题的等价性, 建立基于压缩感知的去马赛克模型; 然后, 采用离散余弦变换构建压缩感知的稀疏基, 将去马赛克问题转化为压缩感知的信号重构问题; 最后, 采用改进的光滑 l_0 范数和修正牛顿法的重构算法求解去马赛克问题, 得到重构的多光谱图像。仿真实验表明, 相对于基于克罗内克压缩感知和组稀疏两种算法, 本文算法提高了重构的多光谱图像的峰值信噪比, 能有效减少对比较算法重构多光谱图像中出现的锯齿现象, 改善了重构图像具有更好的视觉效果。实验结果验证了本文算法的有效性。

关键词: 压缩感知; 多光谱图像; 去马赛克

中图分类号: TP391.4; TN911.7 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/YJYXS20173201.0056

Multi-spectral demosaicking method based on compressive sensing

YANG Ying¹, KONG Ling-jun^{1,2*}, LIU Zhen¹

(1. University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China,

2. Shanghai Publishing and Printing College, Shanghai 200093, China)

Abstract: In order to overcome shortcomings such as the low efficiency and the large calculation of multi-spectral image demosaicking algorithm on MSFA pattern, a new method of spectral image demosaicking algorithm is proposed. First, the equivalence between the problem of demosaicking and the compressed sensing is analyzed. Then a model of the multi-spectral image demosaicking algorithm is given by considering compressed sensing. The discrete cosine transform is used to construct the sparse base of the compressed sensing. The problem of multi-spectral demosaicking of MSFA pattern is transformed into the problem of sparse signal reconstruction in compressed sensing. Finally, the Newton Smooth l_0 Norm algorithm is used to reconstruct the multi-spectral image. The experimental results show that the proposed method can effectively reduce the aliasing appears on the present demosaicking algorithm. The results show that the peak signal to noise ratio of the algorithm in this paper is compared with that of based on Kronecker, and the group sparse of two algorithm is significantly improved. The experimental results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

收稿日期: 2016-07-31; **修订日期:** 2016-09-27.

基金项目: 上海理工大学科技发展项目 (No.16KJFZ017)

Supported by Science Foundation of USST (No.16KJFZ017)

* 通信联系人, E-mail: ljkong@sina.com

Key words: compressed sensing; multi-spectral image; demosaicing

1 引 言

多光谱图像在获得物体空间信息的同时获取其光谱信息。其像素值描述了物体在各波段的光谱特性,较传统彩色图像能更全面地反映物体的各种光学属性。但是由于多光谱图像数据量巨大、计算复杂度高,对图像的重构提出了很大的挑战。

多光谱图像各波段的成像对象是同一物体,因此图像同时具有空间相关性和谱间相关性。为准确获取目标景物信息,多光谱成像系统通常采用独立的图像传感器同时采集每个波段的光谱通道的图像。由于采用多个图像传感器结构,需要多次曝光,使得成像系统体积大、设计和生产成本高,同时还存在像素配准等问题。借鉴彩色数码相机大都采用单传感器通过在其表面覆盖彩色滤波阵列(Color Filter Array, CFA)对红绿蓝分量进行亚采样的做法,出现了基于多光谱滤波阵列(Multi-spectral Filter Array, MSFA)的多光谱成像方案^[1]。此方案是采用一个多光谱滤波阵列和一个图像传感器来获得多光谱图像,这样采集的图像每个像素位置只采集某一个波段的分量,得到的图像称为马赛克图像。为了获得完整的图像,需要对马赛克图像进行处理,恢复每个像素位置缺失的其余波段分量,这一过程就称之为去马赛克。

Miao^[2]提出了基于二进制树的 MSFA 模式和基于该模式的边缘检测的多光谱图像去马赛克算法,该算法虽然考虑到了光谱通道间的边缘相关性,但提出的 MSFA 模式中要考虑每种波段分量出现概率,不能处理任意概率形式的 MSFA 模式。Aggarwal 和 Majumdar^[3]将压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论成功应用到基于 MSFA 的多光谱图像去马赛克算法研究中,并且提出了两种 MSFA 模式,即随机的 MSFA 模式和均匀的对角线方向的 MSFA 模式,同时提出了基于克罗内克压缩感知(Kronecker Compressive Sensing KCS)和组稀疏(Group Sparsity)的两种去马赛克重构算法。这两种 MSFA 模式都很容易扩展到任意数量的通道,但均匀采样模式不利

于压缩感知重构。本文以压缩感知理论为基础,提出了基于压缩感知的 MSFA 模式多光谱图像去马赛克算法,首先,分析去马赛克与压缩感知问题的等价性,建立基于压缩感知的去马赛克模型;然后,采用离散余弦变换构建压缩感知的稀疏基;把去马赛克问题转化为基于压缩感知的信号重构问题,最后采用 NSL0 压缩感知重构算法求解稀疏系数,得到重构的多光谱图像。

2 压缩感知理论的图像去马赛原理

2.1 压缩感知理论

假设 n 维信号 $x(n \times 1)$ 在稀疏基 $\Psi(n \times n)$ 下展开是 k 稀疏的,即

$$\theta = \Psi^T x, \quad (1)$$

其中:向量 x 中的元素只有 k 个非零值或大系数,其余大部分系数都为零或近似为零,且 $k \ll n$ 。通过一个与 Ψ 不相关的 $m \times n (m \leq n)$ 的观测矩阵 Φ 对信号进行观测,从而获得维数为 $m \times 1$ 的观测值 y 。

$$y = \Phi x, \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式得到:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = A \theta, \quad (3)$$

其中: A 为感知矩阵。观测值中包含重构信号的重要信息,由于式(3)为欠定方程,则有无穷解。但是 x 是稀疏的,因此在求解式(3)时可以通过附加一定的限制条件寻找其最稀疏解^[4],则上述方程组求解问题转化为一个优化问题,其求解模型为:

$$\min \|\theta\|_0 \text{ s.t. } y = \Phi \Psi \theta = A \theta, \quad (4)$$

其中 $\|\theta\|_0$ 表示向量 θ 中非零元素的个数,直接求解最小 0 范数非常复杂,因为求解 0 范数最小化是 NP-hard 问题,通常采用最小 1 范数代替最小 0 范数,转化为凸优化的问题,可以通过线性规划方法求解,如基追踪法和迭代阈值类等,该方法复杂度高,计算量大。在实际中,往往采用一些贪婪算法进行近似求解,如正交匹配追踪和梯度类算法等,虽然计算速度较快,但贪婪算法往往不能得到最优解。Mohimani^[5]等人通过最速下降法和梯度投影原理提出采用光滑连续函数逼近信号的最小 0 范数,从而将求解 0 范数最小化问题转

化成连续函数的最优化问题,称为光滑 0 范数重构算法(Smoothed 0 norm SL0)。

2.2 基于压缩感知的去马赛克模型

压缩感知理论表明^[6],合理利用信号在特定变换域的稀疏特性,可以用少量的观测样本高概率的重构出原始信号,而多光谱图像去马赛克问题正是要用少量的观测样本(马赛克图像)重构出多光谱图像,完全可以使用压缩感知理论进行重构。通过 MSFA 模式采样得到马赛克图像过程如式(5)所示:

$$(i, j) \in N \times N$$

$$Y_{ij} = \sum_{k=1}^L X_{i,j,k} T_{i,j,k}, \quad (5)$$

$Y_{i,j}$ 为经过 MSFA 采样后感知到的 (i, j) 位置的像素值也就是马赛克图像; $T_{i,j,k}$ 为图像每个像素点感知 L 个波段的加权系数, $T_{i,j,k} \in \{0, 1\}$; X 为多光谱图像,每个光谱通道的图像像素大小为 $N \times N$, L 为多光谱图像的波段数。由式(5)可知,经过 MSFA 模式采样后得到的是马赛克图像,每个像素点有且仅有一个波段分量的像素值。

式(5)中的测量值 $Y_{i,j}$ 可写成矩阵形式如下:

$$y = \Phi x, \quad (6)$$

y 是 $Y_{i,j}$ 的长度为 N^2 向量形式。 $x = \text{vect}([x_1, x_2, \dots, x_L])$ 是长度为 $N^2 L$ 的多光谱图像数据立方的向量形式,其中 x_k 是第 k 个光谱通道图像的向量形式。 Φ 为 MSFA 模式的测量矩阵。

式(6)输出 y 可以扩展为式(7):

$$y = [\text{diag}(t_1) \cdots \text{diag}(t_L)] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_L \end{bmatrix}, \quad (7)$$

t_k 为第 k 个波段的 MSFA 模式光谱图像的向量形式; $\text{diag}(t_k)$ 是大小为 $N^2 \times N^2$ 对角矩阵, L 个对角矩阵组成大小为 $N^2 \times N^2 L$ 的欠定矩阵 Φ 。图 1 描述了依据随机 MSFA 模式和压缩感知理论构造的测量矩阵 Φ , 其中 $N=8$, 和 $L=4$ 。

式(7)以简单的形式阐述了去马赛克问题,那就是给定测量 y 和测量矩阵 Φ , 重构出 x 。上述问题是欠定问题。然而,压缩感知已经证明如果信号是足够稀疏的,且满足特定的条件方程就有唯一解并且能够找到。对多光谱图像来说,它们在时域内都是非稀疏的,但可以通过某些变换域来稀疏表示。

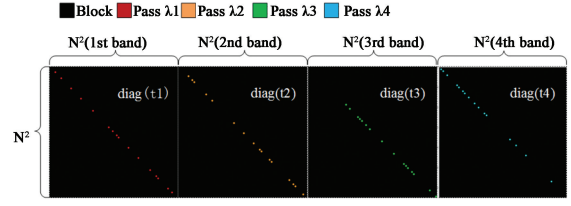


图 1 依据压缩感知理论和 MSFA 阵列结构,构造相应的观测矩阵 Φ , 其中 $N=8, L=4$

Fig.1 Matrix Φ in (6) is shown for $N=8$, and $L=4$.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_L \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中: $\Psi_1 = \Psi_2 \cdots = \Psi_L$ 为二维离散余弦变换基。

去马赛克问题转化为式(4)形式的压缩感知重构问题。利用压缩感知重构算法求出稀疏变换系数 θ , 对得到的系数 θ 进行稀疏反变换得到 L 个光谱通道的光谱图像,最后通过分解可以分别输出重建的每个光谱通道的光谱图像。

2.3 NSL0 压缩感知重构算法

根据压缩感知理论^[7],稀疏系数 θ 越稀疏越有利于图像重构。借鉴光滑 0 范数和修正牛顿法的重构算法(NSL0 Newton Smooth L0 Norm)可以有效地用于稀疏信号重构,对当前 NSL0 算法本身的缺陷提出改进,将改进后的 NSL0 算法应用在求解的去马赛克问题。

NSL0^[8]算法是对 SL0 算法的改进,其基本思想就是选取合适的光滑连续函数如双曲正切函数代替 SL0 算法中 0 均值高斯函数来近似 0 范数,相对于高斯函数来说双曲正切函数会更陡峭,更逼近 0 范数,从而将离散函数的最优化问题转化成连续的最优化问题,通过凸优化的方法对其求解,在迭代过程中用修正牛顿法代替 SL0 算法中最速下降法,可以避免最速下降方向存在“锯齿现象”,加快收敛速度,最后利用梯度投影原理经过多次迭代逐步逼近最优解。

NSL0 算法采用双曲正切函数近似表示 0 范数:

$$\|\theta\|_0 \approx F_\sigma(\theta) = \sum_i^N \frac{\exp(\theta_i^2/2\sigma^2) - \exp(\theta_i^2/2\sigma^2)}{\exp(\theta_i^2/2\sigma^2) + \exp(\theta_i^2/2\sigma^2)}, \quad (9)$$

因此求信号最稀疏解转换成求解有约束最小化问题:

$$\hat{\theta} = \arg\min F_\sigma(\theta) \text{ s.t. } y = A\theta, \quad (10)$$

修正后的牛顿方向为:

$$d = -\nabla^2 F_\sigma(\theta)^{-1} \nabla F_\sigma(\theta) = \left[-\frac{\sigma^2 \theta_1}{\sigma^2 + \theta_1}, \dots, -\frac{\sigma^2 \theta_n}{\sigma^2 + \theta_n} \right], \quad (11)$$

NSL0 算法采用修正牛顿法迭代求解最小化问题:

$$\hat{\theta}^{(i+1)} = \hat{\theta}^{(i)} + d. \quad (12)$$

当 σ 无穷小时, F_σ 几乎等于稀疏系数向量 θ 中不为 0 的元素个数, 这和 0 范数定义一致。 σ 决定了 F_σ 几函数的光滑程度: σ 值越大, F_σ 几函数越光滑, 越不接近 0 范数; σ 值越小, F_σ 几函数越不光滑, 越接近 0 范数。但是, 当 σ 值很小时, F_σ 几函数存在很多局部极值点, 而不容易求出全局最优值。所以, 选择一个递减序列 σ , 对它的每一个值通过修正牛顿法求 F_σ 几的最值, 每次迭代 F_σ 几的初始值是前一个 σ 对应的 F_σ 几的最值, 最终达到去除局部极值的影响, 求得全局最优值。在 NSL0 算法中存在一个缺陷, 迭代过程中内部循环需要收敛到固定的迭代次数, 实际上, 在某些 σ 值下, 最后几次迭代得到的重构信号相差很小, 最后几次迭代是不需要的, 这样导致运算时间大大增加, 甚至会增大恢复误差。为此, 在 NSL0 算法中设置一个限制内部循环的最大迭代

次数。优化 NSL0 是在原 NSL0 算法的基础上加入限制内部循环的最大迭代次数来判断是否需要继续迭代, 具有很快的收敛速度和较高的收敛精度。本文选用优化后 NSL0 算法求解稀疏系数。

3 压缩感知去马赛克算法实现过程

为了满足压缩感知的约束等距性条件, 本文采用一种随机的 MSFA 模式来提高算法有效性, 该 MSFA 模式中光谱通道随机分布, 且其分布概率相同。在去马赛克模型重构过程中, 首先需要多光谱图像进行稀疏表示, 本文稀疏基选用的是离散余弦变换(DCT)基。其次, 用依据压缩感知理论和 MSFA 阵列结构的构造的观测矩阵 Φ 进行投影观测, 得到马赛克图像 Y 。接下来通过优化后 NSL0 压缩感知重构算法求解去马赛克问题的欠定系统得到待恢复图像在稀疏基下的稀疏表示系数, 再将稀疏系数进行稀疏逆变换得到重构数据, 然后, 通过分解可以分别输出重建的每个光谱通道的光谱图像。最后, 对重构的光谱图像进行维纳滤波, 以减少重构图像中的噪声。图 2 为提出的压缩感知去马赛克的算法流程图。

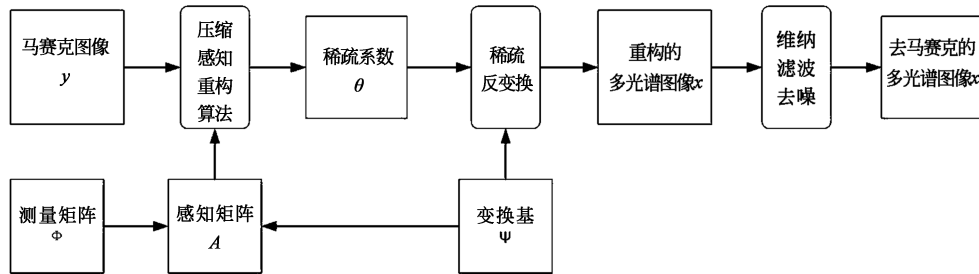


图 2 压缩感知去马赛克算法流程图

Fig. 2 Flow chart of compressed sensing multi-spectral demosaicking algorithm

4 实验结果与分析

为了验证本文提出的基于优化 NSL0 重构算法的多光谱图像去马赛克算法的有效性和正确性, 实验选用的 Balloons, Beads, Cloth, Flowers 图像数据来源于 Columbia 大学的 Multispectral Images Database 数据库^[9], 采用 Matlab 进行仿真实验。各通道光谱图像像素大小为 512 pixel × 512 pixel, 光谱范围为 400~700 nm, 光谱分辨率为 10 nm。图 3 为实验用图像的彩色效果图。



图 3 实验图像的彩色效果图(从左到右依次为气球、珠子、布、花朵)

Fig.3 Color version of experimental images (from Left to right: balloons, beads, cloth, flowers)

采用本文提出去马赛克算法分别对实验用多光谱图像的前 4 个通道的图像进行去马赛克仿真实验, 实验中, 由于多光谱图像数据量巨大, 压缩

感知观测矩阵所需存储量大、重构过程复杂度高, 本文将图像分成 64×64 大小图像块进行处理。实验同时选用了基于 Group Sparsity^[2] 和 KCS^[2] 的两种去马赛克算法与提出的图像去马赛克算法进行比较。

为了验证去马赛克算法的性能, 采用了图像处理中评价重建图像质量常用的峰值信噪比^[10-12] (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR) 来反映重建图像与原始图像的符合程度, 其值越大, 表明去马赛克效果越好。表 1 给出了 3 种去马赛克算法对 4 通道光谱图像去马赛克结果的 PSNR 值。

表 1 对 4 通道图像去马赛克处理后得到的图像的 PSNR 值

Tab.1 PSNR for 4-channel demosaicking algorithms reconstruction

Test images	Group Sparsity	KCS	本文算法
balloons	35.82	37.21	37.39
beads	22.91	24.54	27.99
cloth	25.04	26.50	30.34
flowers	30.25	31.33	33.19

比较表 1 的不同去马赛克算法得到的 PSNR 值, 从表中可以看出, 本文提出的图像去马赛克算法在测试图结果的 PSNR 值都明显高于另外两种算法的 PSNR 值。对于 beads 和 cloth 图像, 本文算法的 PSNR 值比 Group Sparsity 算法超出 5.08~5.3 dB, 比 KCS 算法超出 3.45~3.84 dB; 对于 balloons 和 flowers 图像, 本文算法的 PSNR 值比 Group Sparsity 算法高出 1.87~2.94B, 比 KCS 算法高出 0.18~1.86 dB。

图 4 给出了 4 组多光谱图像的第三通道原始图像以及分别经 Group Sparsity、KCS 和本文算法处理后的重构图像。

由图 4 可以明显看出本文提出的去图像马赛克算法重构图像与原始图像较为接近, 视觉效果上优于另外两种算法。采用 Group Sparsity 方法恢复的图像, 出现非常严重的块效应, 这由于该算法未考虑待去马赛克像素是否为边缘像素, 而

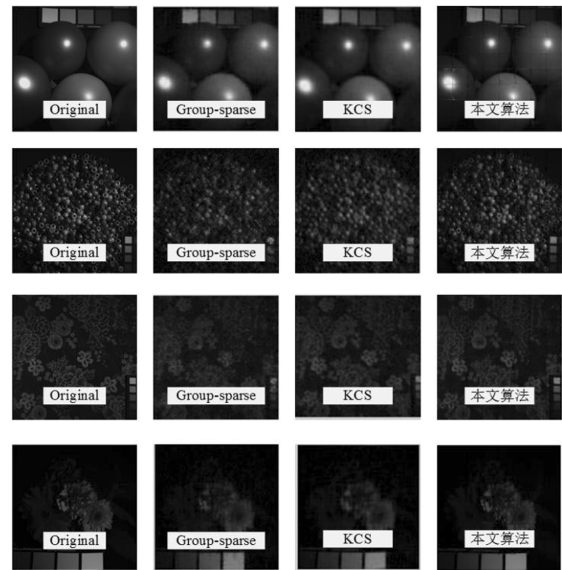


图 4 测试图的第三通道图像及不同算法去马赛克重构图像

Fig.4 Original and reconstructed images of channel 3 for 4-channel reconstruction

KCS 方法相对于 Group Sparsity 方法恢复出的图像效果有所改进, 也出现了失真现象, 这是由于该算法在对图像进行稀疏表示时选用的离散傅里叶变换基, 因为傅里叶变换存在时域和频域局部化的矛盾, 而且结构和运算都相对复杂。本文采用优化后的 NSL0 重构算法求解去马赛克模型, 该算法采用陡峭性更好的函数近似表示 0 范数, 采用修正牛顿法克服了 SL0 算法的锯齿问题, 同时通过设置一个限制内部循环的最大迭代次数, 进一步加快了收敛速度, 提高了重建图像质量。此外由于本文算法在去马赛克过程中因加入了基于维纳滤波来去除噪声, 有效地抑制图像边缘模糊, 具有较好的恢复效果, 没有明显的块效应和锯齿现象。从实验结果数据和去马赛克重构的图像都可以看出, 本文算法要优于另外两种算法, 取得了较好的去马赛克效果。

5 结 论

本文提出了一种新的基于压缩感知理论的多光谱图像去马赛克算法。算法先分析去马赛克与压缩感知问题的等价性, 建立基于压缩感知的去马赛克模型, 然后把多光谱图像去马赛克问题转化为压缩传感信号恢复问题, 该算法

采用陡峭性更好的函数近似表示 0 范数,采用修正牛顿法克服了 SL0 算法的锯齿问题,同时通过设置一个限制内部循环的最大迭代次数,进一步加快了收敛速度,提高算法的性能。通

过在 Columbia 发布的 CAVE 多谱图像数据库中仿真实验验证了算法的优越性,显示算法具有较好的应用前景。

参 考 文 献:

- [1] MONNO Y, KIKUCHI S, TANAKA M, *et al.* A practical one-shot multispectral imaging system using a single image sensor [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(10): 3048-3059.
- [2] MIAO L, QI H, RAMANATH R, *et al.* Binary tree-based generic demosaicking algorithm for multispectral filter arrays [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(11): 3550-3558.
- [3] AGGARWAL H K, MAJUMDAR A. Compressive sensing multi-spectral demosaicing from single sensor architecture [C]//*Proceedings of the 2014 IEEE China Summit & International Conference on Signal and Information Processing*. Xi'an: IEEE, 2014: 334-338.
- [4] 孙永明,吴谨,刘劲.基于 CS 测量矩阵优化的图像融合[J].液晶与显示,2014,29(3):461-465.
SUN Y M, WU J, LIU J. Image fusion based on CS measurement matrix optimization [J].*Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2014, 29(3): 461-465. (in Chinese)
- [5] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed ℓ^0 norm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(1): 289-301.
- [6] 刘丹华,李平,高大化,等.基于压缩感知的正六边形 CFA 模式彩色图像去马赛克方法[J].光子·激光,2015,26(2):360-367.
LIU D H, LI P, Gao D H, *et al.* Color demosaicking method based on regular hexagon CFA pattern and compressive sensing [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2015, 26(2): 360-367. (in Chinese)
- [7] 闫敬文,刘蕾,屈小波.压缩感知及应用[M].北京:国防工业出版社,2015.
YAN J W, LIU Q X B. *Compressive Sensing and its Application* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015. (in Chinese)
- [8] 赵瑞珍,林婉娟,李浩,等.基于光滑 l_0 范数和修正牛顿法的压缩感知重建算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2012,24(4):478-484.
ZHAO R Z, LIN W J, LI H, *et al.* Reconstruction algorithm for compressive sensing based on smoothed 0 norm [J]. *Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics*, 2012, 24(4): 478-484. (in Chinese)
- [9] YASUMA F, MITSUNAGA T, ISO D, *et al.* Generalized assorted pixel camera: postcapture control of resolution, dynamic range, and spectrum[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(9): 2241-2253.
- [10] 柯洪昌,孙宏彬.图像序列的显著性目标区域检测方法[J].中国光学,2015,8(5):768-774.
KE H C, SUN H B. A saliency target area detection method of image sequence [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(5): 768-774. (in Chinese)
- [11] 严洁,阮友田,薛珮瑶.被动动光学图像融合技术研究[J].中国光学,2015,8(3):378-385.
YAN J, RUAN Y T, XUE P Y. Active and passive optical image fusion technology [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(3): 378-385. (in Chinese)
- [12] 王宇庆,王索建.红外与可见光融合图像的质量评价[J].中国光学,2014,7(3):396-401.
WANG Y Q, WANG S J. Quality assessment method of IR and visible fusion image [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(3): 396-401. (in Chinese)

作者简介:杨鹰(1990—),女,湖北荆门人,硕士研究生,主攻数字图像处理。E-mail:1731346764@qq.com

孔玲君(1972—),女,浙江人,博士,教授,主要研究方向为图文信息处理与色彩再现、数字印刷及质量评价等。

E-mail:ljkong@sina.com