

文章编号:1007-2780(2016)08-0784-09

非抽样双树复小波域的 BPP-NMF 图像融合

陈清江^{1*}, 魏冰蔗¹, 柴昱洲², 张彦博¹

(1. 西安建筑科技大学 理学院, 陕西 西安 710055;

2. 陕西西安空间电子信息技术研究, 陕西 西安 710055)

摘要:提出了一种非抽样双树复小波变换(UDT-CWT)与基于块主元旋转的非负矩阵分解(BPP-NMF)相结合的多聚焦图像融合算法。利用 UDT-CWT 具有完美的平移不变性及良好的方向选择性,首先对图像进行多尺度、多方向分解并得到低频子带和高频子带系数;然后对低频子带系数采用块主元旋转的非负矩阵分解的融合策略,高频系数则选用高斯加权区域能量与区域标准差一致性选择的融合准则。最后对融合后的系数进行 UDT-CWT 逆变换得到重构图像。选用多组多聚焦图像进行融合并对融合结果进行主观视觉、客观方面的评价。试验结果表明,该融合算法不仅具有良好的视觉效果,同时在客观评价指标也优于一般的融合策略,验证了该算法的有效性。

关键词:非抽样双树复小波变换;非负矩阵分解;块主元旋转法;加权区域能量;图像融合

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20163108.0784

Image fusion based on block principal pivoting nonnegative matrix in undecimated dual-tree complex wavelet domain

CHEN Qing-jiang^{1*}, WEI Bing-zhe¹, CHAI Yu-zhou², ZHANG Yan-bo¹

(1. College of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China;

2. Space Electronic Information Technology Research Institute, Xian 710055, China)

Abstract: A multi-focus image fusion algorithm based on undecimated dual-tree complex wavelet transform(UDT-CWT) domain and block principal pivoting method for nonnegative matrix factorization(BPP-NMF) is proposed. Firstly, combined with its shift invariance and good directional selectivity, the source images are decomposed to sub-band images with multi-scales and multi-directions by UDT-CWT, thus the low frequency sub-band coefficients and high frequency sub-band coefficients are obtained. The fusion strategy of low frequency sub-band coefficients was based on the method of non-negative matrix factorization which adopted the block principal pivoting method; while for high frequency sub-band, a fusion rule adopting the consistency selection of Gaussian-weighted regional energy and area standard deviation is presented. Finally, the fused low and high frequency coefficients are reconstructed to image by undecimated dual-tree complex wavelet inverse transform. Fusion result is done with several sets of different multi-focus images, both subjective visual evaluation and objective performance assessments of these results are implemented. Results indicate that the fusion

收稿日期:2016-01-18; **修订日期:**2016-03-18.

基金项目:国家自然科学基金(No.61403298);陕西省自然科学基金(No.2015JM1024)

Supported by National Nature Science Foundation of China(No.61403298); Natural Science Foundation of Shanxi Province of China(No.2015JM1024)

* 通信联系人, E-mail: qjchen66xytu@126.com

algorithm not only has good subjective visual effects, but also better than other general fusion strategies in the objective evaluation; hence the algorithm is effective.

Key words: undecimated dual-tree complex wavelet transform; nonnegative matrix factorization; block principal pivoting method; weighted regional energy; image fusion

1 引言

图像融合^[1]是将来自不同传感器、不同时间的同一场景的多幅图像经过相应的融合算法组合成一幅图像的过程。目的是提取不同源图像中冗余和互补的信息从而得到比单一源图像更全面、更精确的信息,因此具有广泛的实际应用性。

多尺度分解方法是将图像分解到不同尺度、不同分辨率上进行表示的方法^[2]。图像经过多尺度分解后可以得到低频能量信息和不同尺度、不同分辨率上的高频细节信息。近年来,基于多尺度分解的图像融合方法已经在图像融合的领域中得到了广泛的应用。自 20 世纪 90 年代以来,随着小波理论的产生和不断完善,基于 Mallat 算法的离散小波变换已经在图像融合得到了广泛的应用,并且具有对称性、紧支撑的正交小波基可以对实际函数进行有效的逼近。然而,Daubechies 等人很早就证明了实数域中除了 Haar 小波外不存在同时满足对称、正交、紧支撑的单小波基^[3]。由张量积生成的二维离散小波变换普遍存在着移变性以及较差的方向性,这使得变换后图像的信息缺失较大。非抽样离散小波变换 UDWT^[4-7] (Undecimated Discrete Wavelet Transform) 由于不进行下采样的过程,从而具备了完美的平移不变性,然而它仍然缺乏方向性,并且只具有分析和处理实系数。Kingsburg^[8-9]提出了双树复小波变换 DT-CWT (Dual Tree Complex Wavelet Transform), DT-CWT 改善了方向选择性,每层尺度方向上有 6 个方向的复子带系数,且系数的模具有旋转不变性,这解决了二维张量积小波不能很好地表示图像中细节特征及方向选择性少的问题;同时 DT-CWT 的结构使用两颗独立的树形成每个子带的 Hilbert 滤波器对,使其在下二采样的条件下具有频率无偏性和近似的平移不变性。之后,研究学者分别提出了具有平移不变性的 Contourlet 变换^[10] 和非下采样 shearlet 变换^[11],它们不仅具有多尺度和良好的时频局部特

性,还具有多方向性和各向异性,然而前者计算复杂度较高运行时间较长,后者在图像融合中的应用仍处于研究探索中。基于双树复小波和非抽样小波变换各自的优点,P.R. Hill^[12]等人提出了非抽样双树复小波变换 UDT-CWT (Undecimated Dual Tree Complex Wavelet Transform),它同时具有多方向性和平移不变性,变换后的各子带尺寸与原图像维数相同,并且同址子带系数间具有一一对应关系。

目前已有的融合策略^[13]中,传统融合策略(低频采用加权平均,高频基于区域窗口的显著特征选取加权系数的方法)在融合过程中易受噪声干扰,导致融合后的图像中引入虚假信息。CHEN^[14]等人提出的基于有限离散剪切波域的融合算法和 FAN^[15]等人提出的基于 DT-CWT 域的融合算法虽然能够提取到两幅图像的互补信息,但是融合图像区域特征表现不够明显。非负矩阵分解^[16] (NMF)是一种较新的矩阵分析方法,它能很好地提取和描述图像局部的特征信息,因而在融合中可以得到较好的融合效果。NMF 是一个优化求解的问题,近几年关于 NMF 的算法也在不断地改进,如经典的乘性算法^[17] (multiplicative algorithms),基于交替非负最小二乘法 ANLS (alternating nonnegative least squares) 的几种算法:投影梯度法^[18] (projected gradient),拟牛顿法^[19] (quasi-Newton algorithm),有效集法^[20] (active set method)等。这里在 ANLS 的算法框架下,采用基于块主元旋转^[21] BPP (block principal pivoting) 的方法进行 NMF 分解。由于 ANLS-BPP 在解决非负约束最小二乘问题中利用全替换规则和备用规则结合算法,其最优解的结果优于多种其他 NMF 分解算法。因此文章在低频融合策略采用块主元旋转的非负矩阵分解的融合方法,有效的保留源图像的主要能量,而在高频部分选用高斯加权区域能量与区域标准差一致性选择的融合方法,充分的提取到了源图像的边缘、轮廓等细节信息。

子问题是凸的,因此可以找到最优解。下面使用块主元旋转法对上述 NNLS 问题进行求解^[17],也就是右侧为多个向量的 NNLS 问题:

$$\min_{x \geq 0} \|CX - B\|_F^2, B = [b_1, b_2, \dots, b_r], \quad (5)$$

其中: $C \in \mathbf{R}^{p \times q}, B \in \mathbf{R}^{p \times r}, X \in \mathbf{R}^{q \times r}$ 。因为 X 的列向量之间是彼此独立的,记它可以简化为逐个对右侧向量为单个向量 $b_1, b_2, \dots, b_r$ 的情形,也就是 $\min_{x \geq 0} \|Cx - b\|_2^2$ 问题的求解。考虑单个右侧向量的情形,将下标集 $\{1, 2, \dots, q\}$ 分成两个互补子集 F 和 G ,使得 $F \cap G = \{1, 2, \dots, q\}, F \cap G = \emptyset$ 。即 $\min_{x \geq 0} \|Cx - b\|_2^2$ 可以描述为:

$$\begin{cases} y = C^T Cx - C^T b, y \geq 0, x \geq 0 \\ x_i y_i = 0, i = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (6)$$

设 x_F, x_G, y_F, y_G 分别表示与 F, G 中元素对应的变量。 C_F, C_G 表示与之相应的列矩阵。对 x_G, y_F 赋值为 0,则 x, y 总是满足(6)中第二式,下面计算 x_F 和 y_G ,根据式(6),有:

$$\begin{aligned} x_F &= \arg \min_{x_F} \|C_F x_F - b\|_2^2, \\ y_G &= C_G^T (C_F x_F - b), \end{aligned} \quad (7)$$

为了保证 (x_F, y_G) 满足 $x_F \geq 0, y_G \geq 0$,则需要对 F 和 G 中元素进行迭代。定义指标集:

$$V = \{i \in F: x_i < 0\} \cup \{i \in G: y_i < 0\}. \quad (8)$$

选取 V 中一个非空子集 V^+, F, G 可通过下式更新:

$$\begin{aligned} F &= (F - V^+) \cup (V^+ \cap G), \\ G &= (G - V^+) \cup (V^+ \cap F). \end{aligned} \quad (9)$$

一般地,取 $V^+ = V$,此时迭代中采用完全交换规则(full exchange rule),这意味着 F 和 G 对应的变量不满足式(6)时,将 F, G 中所有变量进行替换。而当这种交替规则不能较好地进行时,则享用备用规则(backup rule),即 $V^+ = \{i: i = \max\{i \in V\}\}$ 。

为了减少计算(7)中 x_F, y_G 的负荷,通过式(10)进行改写:

$$C_F^T C_F x_F = C_F^T b, y_G = C_G^T C_F x_F - C_G^T b. \quad (10)$$

在迭代过程中, F 和 G 不断更新,从而 $C_F^T C_F, C_F^T b, C_G^T C_F$ 及 $C_G^T b$ 也不断地变化。

回到对式(6)的求解,对于任意列 $j \in \{1, 2, \dots, r\}$,对应的下标子集为 F_j 和 G_j ,通过式(10)计算当前迭代过程中的 x_{F_j} 和 y_{G_j} 。具体实现可概括如下:

Step1. 输入矩阵 $C \in \mathbf{R}^{p \times q}, B \in \mathbf{R}^{p \times r}$,并计

算 $C^T C$ 和 $C^T B$;对于所有 $j \in \{1, 2, \dots, r\}$,初始化 $F_j = \emptyset, G_j = \{1, 2, \dots, q\}$;并置 $X = 0, Y = -C^T B$,取 $\alpha = 3, \beta = q + 1$;

Step2. 对于所有 $j \in \{1, 2, \dots, r\}$,通过对式(10)使用列分组规则^[17],分别计算 X_{F_j} 和 Y_{G_j} ;

Step3. 判断 (X_{F_j}, Y_{G_j}) 是否为可行解,如果可行则停止计算;否则重复执行 Step4~Step6,直到 (X_{F_j}, Y_{G_j}) 是可行的。

Step4. 找到不可行解对应的列下标并给出集合 $I = \{j: (X_{F_j}, Y_{G_j}) \text{ 不可行}\}$;对于所有 $j \in I$,通过式(8)计算 V_j ;

Step5. 如果 $j \in I$ 并且 $|V_j| < \beta_j$,则 $\beta_j = |V_j|, \alpha_j = 3$ 及 $V_j^+ = V_j$;

如果 $j \in I$ 并且同时满足 $|V_j| \geq \beta_j$ 和 $\alpha_j \geq 1$,则 $\alpha_j = \alpha_j - 1, V_j^+ = V_j$;

如果 $j \in I$ 并且 $|V_j| \geq \beta_j$ 和 $\alpha_j = 0$ 同时成立,则通过备用规则得出 V_j^+ ;

Step6. 对于所有 $j \in I$,由式(9)更新 F_j 和 G_j ;由式(10)通过列分组规则更新 X_{F_j} 和 Y_{G_j} 。

4 图像融合策略

图像的多尺度多方向融合主要包括多尺度分解,各频子带系数的融合以及重构 3 个步骤。首先对图像进行非抽样双树复小波分解,然后对各频子带进行按照不同的融合策略进行融合,得到融合后的各频子带系数,最后对其进行重构即可得到融合后的图像。设源图像 A, B 经过 UDT-CWT 分解后得到不同尺度,方向子带系数 $\{L_J^A, H_{j,k}^A\}, \{L_J^B, H_{j,k}^B\}$,其中 J 表示分解层数, $L_J^X, H_{j,k}^X$ ($X = A, B$) 表示图像 X 的低频子带系数, $H_{j,k}^X$ 表示图像 X 的第 j 层第 k 个高频子带系数。图 2 为融合算法的示意图。

4.1 采用非负矩阵分解的低频子带融合

图像融合中,低频子带是在低分辨率下对原始图像的近似,包含了源图像大量的基本信息,为了最大程度的综合图像的特征信息,这里采用第 3 节中提到的块主元旋转非负矩阵分解算法。

设观测图像为 $f_1, f_2, \dots, f_k$ ($k \geq 2$),尺寸均为 $m \times n$,将观测图像的逐个元素按照行优先的方式储存为 k 个列向量, $v_1, v_2, \dots, v_k$,将这 k

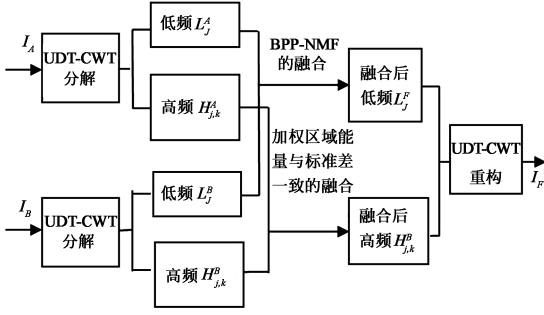


图 2 UDT-CWT 融合算法示意图

Fig.2 Schematic view of UDT-CWT fusion algorithm

个列向量重新排列组成一个新的 $mn \times k$ 的矩阵 V , 其表达式为:

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_k] = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1k} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{mn,1} & v_{mn,2} & \dots & v_{mn,k} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

将式(2)重新改写为: $V = WH + \epsilon$, 此时 V 为重组后的观测图像, W 为标准图像, H 为权值,

ϵ 为噪声。非负矩阵 W 其实是对原始数据 V 进行线性逼近的一组基向量, H 为 V 在 W 上的投影系数。而针对多源图像的融合, 以两幅多聚焦图像融合为例, 将它们的低频子带系数视作观测图像, 进行重组后得到矩阵 V , 考虑 $r=1$, 则唯一的特征基包含了原始数据的整体特征, 可认为是对多幅源图像的近似再现。由 a_j^X , ($X=A, B$) 构造式(11)中矩阵 V , 然后对其进行非负矩阵分解, 所得 W 即为融合图像的 a_j^F 。

4.2 高频子带融合策略

高频子带中主要包含丰富的边缘刻画, 轮廓信息, 目前还没有精确的测度标准。若直接选取绝对值最大或者采用简单区域特征值取大都可能造成图像的不连续, 使得图像的轮廓边缘模糊。这里采用高斯加权区域能量与区域标准差一致性因子选择的融合策略, 具体过程为:

(1) 以像素点 (i, j) 为中心, 结合图像 A , B 的高频子带系数 $\{H_{j,k}^B, H_{j,k}^A\}$, 区域窗口为 $M \times N$ 的加权区域能量及区域方差^[22]的表达式为:

$$RE_X(i, j) = \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \omega(m, n) |H_{i,k}^X(i+m, j+n)|, \quad (12)$$

$$\sigma_{\mu, x}^2(i, j) = \frac{1}{M \times N} \cdot \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} [H_{i,k}^X(i+m, j+n) - \mu_x(i, j)]^2, \quad (13)$$

其中 X 取 A 或 B , $\mu_x(i, j)$ 为区域均值, ω 表示权值矩阵, 离像素中心点 (i, j) 越近, 权值越大。

(2) 对上式所得到的 $RE_{i,k}^X$ 和 $\sigma_{i,k}^X$ 进行归一化处理:

$G_{i,k}^X(i, j) = 0.5 \cdot (\sigma_{i,k}^X(i, j) + RE_{i,k}^X(i, j))$, 计算一致性因子,

$C_{i,k}^X(i, j) = |H_{i,k}^X(i, j)| \cdot (1 + G_{i,k}^X(i, j))$, 当 $G_{i,k}^X(i, j) = 0$ 时, 选择因子为此时系数的绝对值, 从而融合后的系数可以由式(14)给出:

$$H_{j,k}^F(i, j) = \begin{cases} H_{j,k}^A(i, j), & C_{i,k}^A(i, j) \geq C_{i,k}^B(i, j) \\ H_{j,k}^B(i, j), & C_{i,k}^A(i, j) < C_{i,k}^B(i, j) \end{cases}. \quad (14)$$

5 实验结果分析

为验证本文所述融合算法的有效性, 本文所选实验数据为经过严格配准后的多组多聚焦图

像, 对其进行融合并与其他几种算法进行比较: 首先选取简单融合策略(低频系数取加权平均, 高频系数取区域能量^[22]最大), 分别用离散小波变换(DWT-mean-En), 非抽样小波变换(SWT-mean-En), 非抽样双树复小波变换(UDTCWT-mean-En)下进行融合; 然后与不同文献的算法进行比较, CHEN^[14]等人提出的基于有限离散剪切波域的融合算法——低频选用梯度信息相关性因子为权值, 高频采用系数绝对值与区域标准差构造一致性因子的融合规则(FGCV); FAN^[15]等人提出的基于 DT-CWT 域融合算法——低频采用改进梯度算子的融合准则, 高频系数基于局部区域能量匹配度的融合策略(DTILR); 本文融合算法此处记为 UDOA。为了对融合后图像的效果进行定量分析评价^[23], 选用信息熵 EN、互信息 MI 和加权边缘信息量 $Q^{AB/F}$ 三项指标进行评价^[22]。

下面将上述算法依次对多组聚焦的图像进行

融合,图 3~图 5 分别为不同聚焦的两幅图像及融合结果。其中图 3(a,b)~图 5(a,b)分别为左右聚焦图像,其余每幅图 (c,d,e,f,g,h)依次对应上述算法的融合结果。

从上述图中的融合结果来看,上述算法得到的融合图像在视觉上差异不是很大,效果也比较

清晰;然而直接采用离散小波变换进行融合的结果会在其边缘上产生块状效应,导致图像边缘处的区域不连续;而非抽样小波采用多孔算法进行分解重构,不进行下采样过程从而避免了移变性,在一定程度上缓解了图像的重影现象。从图 3 到图 5 中后 4 种算法进行融合的结果来看,图像整

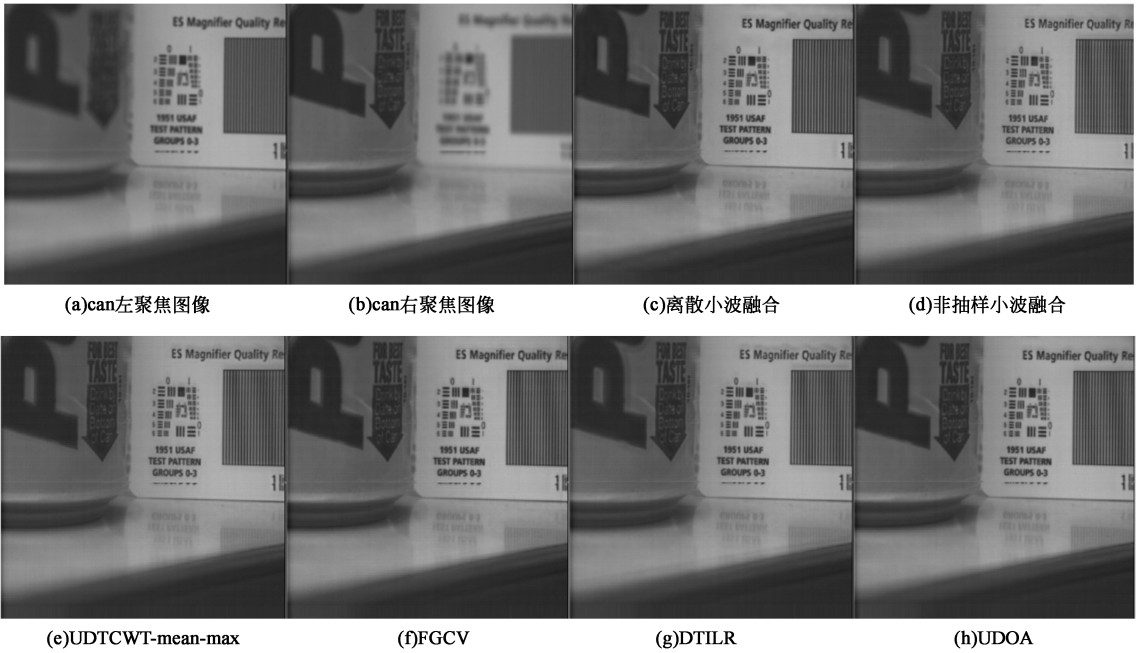


图 3 多聚焦图像 Can 及其融合结果
Fig.3 Fusion results of the focus image ‘Can’

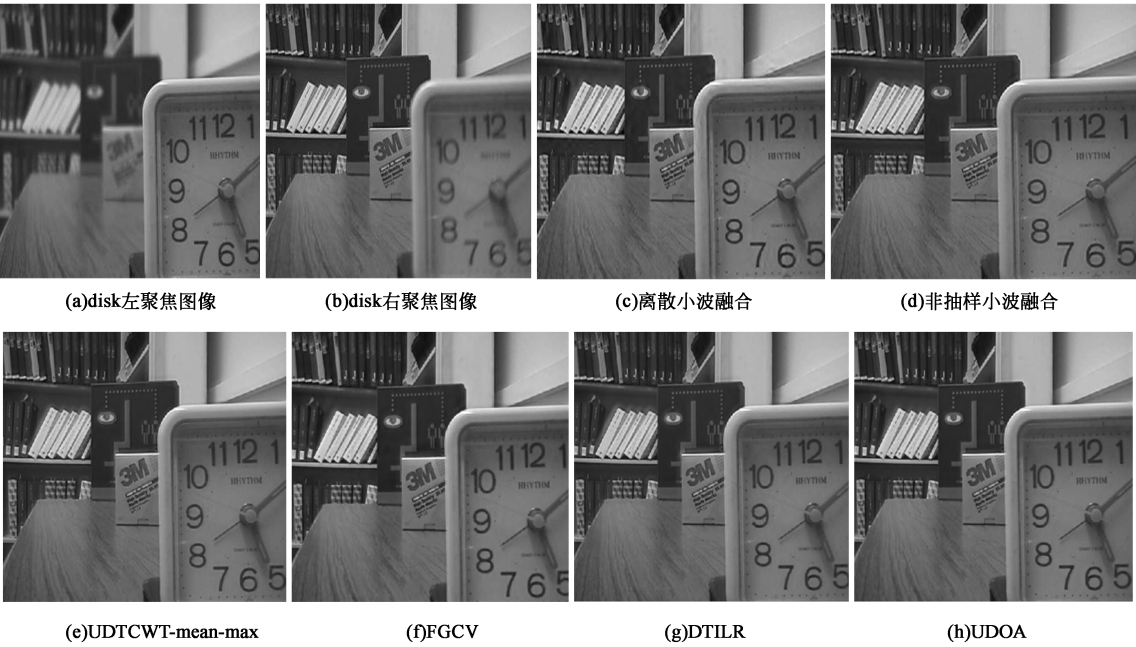


图 4 多聚焦图像 Disk 及其融合结果
Fig.4 Fusion results of the focus image ‘Disk’

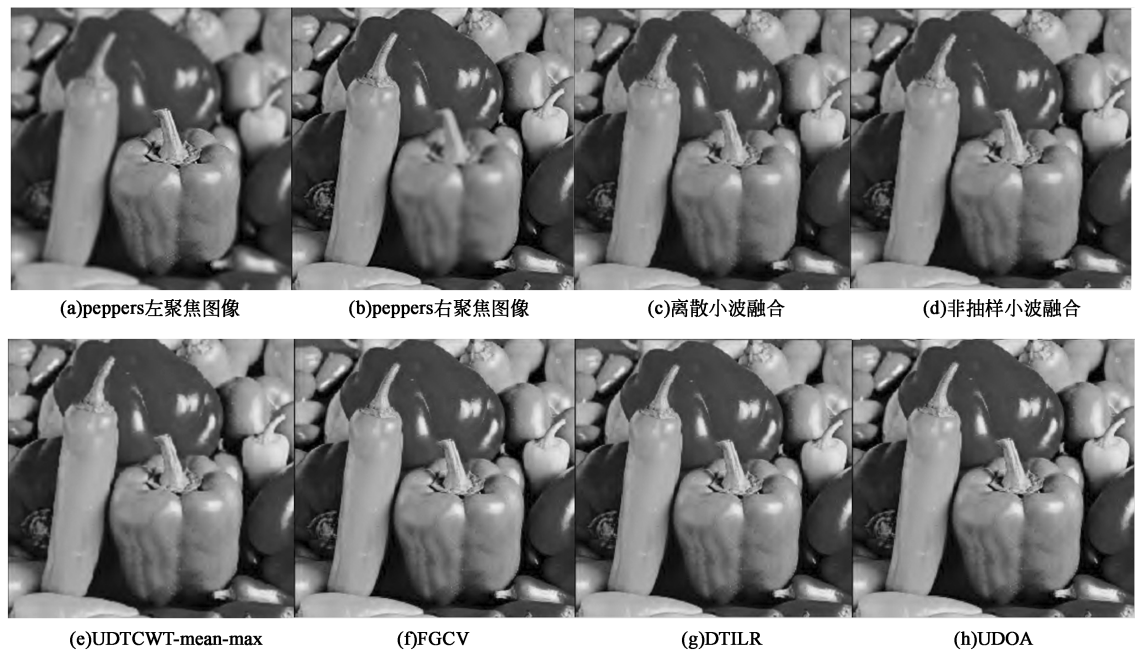


图 5 多聚焦图像 Peppers 及其融合结果
Fig.5 Fusion results of the focus image ‘peppers’

体都比较清晰,没有明显的吉布斯现象;而且这 4 种算法中均采用了多尺度多方向的分解,因而能更精确地保留图像高频信息。仔细观察图 3(c, d, e)~5(c, d, e)中的边缘呈现一定的锯齿状,这是由于融合策略选取较为简单,忽略了像素间相关性导致的。观察其中(f-h)的融合效果几乎没有差异,图像均比较清晰,下面通过客观评价指标对其进行定量分析比较,如表 1,2,3 所示。

表 1 Can 图像的融合结果比较

Tab.1 Comparison of Can images fusion results

融合评价指标		DWT- mean-En	SWT- mean-En	UDT-CWT- mean-En	FGCV	DTILR	UDOA
Can 图像 融合指标	熵(EN)	7.101 3	7.105 0	7.106 2	7.116 3	7.108 1	7.118 9
	互信息量(MI)	4.487 4	4.589 6	4.697 1	4.618 0	4.734 8	4.766 3
	边缘相似度($Q^{AB/F}$)	0.741 1	0.750 0	0.760 7	0.754 5	0.757 4	0.770 9

表 2 Disk 图像的融合结果比较

Tab.2 Comparison of Disk images fusion results

融合评价指标		DWT- mean-En	SWT- mean-En	UDT-CWT- mean-En	FGCV	DTILR	UDOA
Disk 图像 融合指标	熵(EN)	7.300 2	7.306 1	7.296 3	7.378 7	7.293 4	7.322 3
	互信息量(MI)	3.815 2	3.916 5	4.053 9	3.918 7	4.103 5	4.169 9
	边缘相似度($Q^{AB/F}$)	0.656 3	0.660 5	0.680 9	0.654 5	0.678 6	0.695 3

表 3 Peppers 图像的融合结果比较
Tab.3 Comparison of Peppers images fusion results

融合评价指标		DWT- mean-En	SWT- mean-En	UDT-CWT- mean-En	FGCV	DTILR	UDOA
Peppers	熵(EN)	7.576 7	7.582 2	7.590 5	7.596 6	7.582 7	7.598 2
图像融合	互信息量(MI)	5.150 3	5.271 6	5.771 9	5.328 9	5.644 3	5.732 1
指标	边缘相似度($Q^{AB/F}$)	0.732 2	0.751 4	0.765 9	0.753 0	0.766 7	0.766 9

从表中数据可以看出,采用 DWT,SWT 变换的融合算法得到的互信息量(MI)及边缘相似度($Q^{AB/F}$)均较小。相比而言,UDT-CWT 在采用相同基本融合策略下的结果均有较好的结果,这说明非抽样双树复小波不仅能具备多方向分解的特性,而且也具备了非抽样小波的平移不变性。通过比较后 3 种算法,可以看出在 Can 和 Peppers 的评价指标中,本文算法均优于前两种算法;而 Disk 图像中虽然熵值略低于文献一的结果,但是互信息量和边缘相似度的要优于前两者,即融合后的图像能够更精确地提取源图像中边缘和轮廓信息;此外,相比较传统双树复小波的近似的平移不变性,本文选用的非抽样算法保证了完美的平移不变性,这进一步提高了图像分解和重构的精度。

6 结 论

结合双树复小波变换具有优良的方向分析特

性,提出了一种基于非抽样双树复小波变换与块主元非负矩阵分解相结合的图像融合算法。首先,利用交替滤波器的非抽样双树复小波对图像进行多尺度多方向分解,有效地提取了源图像中的方向信息;而且非抽样过程也保证了完美的平移不变性,使得图像的重构更精确。对于包含源图像大量基本信息的低频子带,采用一种块主元旋转算法对低频子带进行非负矩阵分解(NMF),该算法采用块主元旋转法对非负约束最小二乘问题进行求解,迭代中利用完全交换规则与备用规则相结合,大大缩短了运行时间,仅需要较少的迭代次数就可得到满意的结果。对于高频子带,选用“加权区域能量与区域标准差一致性选择”的融合准则,取得了较好的融合结果。根据实验结果分析,本文方法不仅得到了比较清晰的融合图像,同时也更精确、真实地反映了源图像,实验结果表明该算法极好地提取了源图像中边缘及轮廓信息,并结合像素间的相关性,得到了较优的融合图像。

参 考 文 献:

[1] 许廷发,李俊涛,张一舟,等.真彩色传递双波段图像融合[J].中国光学,2014,7(3):402-410.
XU T F, LI J T, ZHANG Y Z,et al. True color transfer for dual band image fusion [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7 (3): 402-410. (in Chinese)

[2] PIELLA G. A general framework for multiresolution image fusion: from pixels to regions [J].*Information Fusion*, 2003, 4(4): 259-280.

[3] DAUBECHIES I.*Ten Lectures on Wavelets* [M]. Philadelphia: SIAM, 1992.

[4] STARCK J L, FADILI J, MURTAGH F. The undecimated wavelet decomposition and its reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(2): 297-309.

[5] ROCKINGER O. Pixel-level fusion of image sequences using wavelet frames [C].*Proceedings of the 16th Leeds Applied Shape Research Workshop*, Leeds: Leeds University Press, 1996: 149-154.

[6] DUTILLEUX P. An implementation of the “algorithme à trous” to compute the wavelet transform [M]. COMBES J M, GROSSMANN A, TCHAMITCHIAN P. *Wavelets: Inverse Problems and Theoretical Imaging*, Berlin Heidelberg: Springer, 1990: 298-304.

[7] UNSER M. Texture classification and segmentation using wavelet frames [J].*IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, 4(11): 1549-1560.

- [8] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGSBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2005, 22(6): 123-151.
- [9] FAUQUEUR J, KINGSBURY N, ANDERSON R. Multiscale keypoint detection using the dual-tree complex wavelet transform [C]. *Proceedings of the 2006 International Conference on Image Processing*, Atlanta, GA: IEEE, 2006: 1625-1628.
- [10] CUNHA A L, ZHOU J, DO M N. The nonsubsampling contourlet transform: theory, design, and applications [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(10): 3089-3101.
- [11] CAO Y, LI S T, HU J W. Multi-focus image fusion by nonsubsampling shearlet transform [C]. *Proceedings of the Sixth International Conference on Image and Graphics*, Hefei: IEEE, 2011: 17-21.
- [12] HILL P, ACHIM A, BULL D. The undecimated dual tree complex wavelet transform and its application to bivariate image denoising using a cauchy model [C]. *Proceedings of the 2012 19th IEEE International Conference on Image Processing*, Orlando: IEEE, 2012: 1205-1208.
- [13] 严洁, 阮友田, 薛珮瑶. 主被动光学图像融合技术研究[J]. *中国光学*, 2015, 8(3): 378-385.
YAN J, RUAN Y T, XUE P Y. Active and passive optical image fusion technology [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(3): 378-385. (in Chinese)
- [14] 陈广秋, 高印寒, 刘广文, 等. 有限离散剪切波域结合区域客观评价的图像融合[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2014, 44(6): 1849-1859.
CHEN G Q, GAO Y H, LIU G W, *et al.* Image fusion based on area objective assessment in finite discrete shearlet transform domain [J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2014, 44(6): 1849-1859. (in Chinese)
- [15] 范艳玲, 杨明. 基于双树复小波变换的多聚焦图像融合[J]. *核电子学与探测技术*, 2014, 34(2): 204-207, 221.
FAN Y L, YANG M. Multi-focus image fusion based on dual-tree complex wavelet transform [J]. *Nuclear Electronics & Detection Technology*, 2014, 34(2): 204-207, 221. (in Chinese)
- [16] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization. [J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788-791.
- [17] LEE D D, SEUNG H S. Algorithms for non-negative matrix factorization [C]. *Proceedings of the 2000 Conference Advances in Neural Information Processing Systems 13*, Cambridge, MA: MTP Press, 2000: 556-562.
- [18] LIN C J. Projected gradient methods for nonnegative matrix factorization [J]. *Neural Computation*, 2007, 19(10): 2756-2779.
- [19] KIM D, SRA S, DHILLON I S. Fast newton-type methods for the least squares nonnegative matrix approximation problem [C]. *Proceedings of the 2007 SIAM International Conference on Data Mining*, Minnesota: SIAM, 2007: 38-51.
- [20] KIM H, PARK H. Nonnegative matrix factorization based on alternating nonnegativity constrained least squares and active set method [J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2008, 30(2): 713-730.
- [21] KIM J, PARK H. Fast nonnegative matrix factorization: an active-set-like method and comparisons [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2011, 33(6): 3261-3281.
- [22] 陈广秋, 高印寒, 才华, 等. 局部化 NSST 与 PCNN 相结合的图像融合[J]. *液晶与显示*, 2015, 30(4): 701-712.
CHEN G Q, GAO Y H, CAI H, *et al.* Image fusion algorithm based on local NSST and PCNN [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(4): 701-712. (in Chinese)
- [23] 王宇庆, 王索建. 红外与可见光融合图像的质量评价[J]. *中国光学*, 2014, 7(3): 396-401.
WANG Y Q, WANG S J. Quality assessment method of IR and visible fusion image [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(3): 396-401. (in Chinese)

作者简介: 陈清江(1966—), 男, 陕西西安人, 博士, 教授, 主要研究领域为小波分析在图像处理中的应用。

魏冰蔗(1993—), 女, 河南许昌人, 硕士研究生, 研究方向: 小波分析在图像处理中的应用。

柴昱洲(1988—), 男, 陕西西安人, 硕士研究生, 研究方向: 小波分析在图像处理中的应用。

张彦博(1989—), 男, 陕西渭南人, 硕士研究生, 研究方向: 小波分析在图像处理中的应用。E-mail: qjchen66xytu@126.com。